गणित

कक्षा ६

नेपाल सरकार
शिक्षा ,विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानोठिमि, भक्तपुर

गणित

कक्षा ६

प्रकाशक

नेपाल सरकार

शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय

पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

सानोठिमी, भक्तपुर

प्रकाशक

नेपाल सरकार

शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय

पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

सानोठिमी, भक्तपुर

© सर्वाधिकार पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

यस पाठ्यपुस्तकसम्बन्धी सम्पूर्ण अधिकार पाठ्यक्रम विकास केन्द्र सानोठिमी, भक्तपुरमा निहित रहेको छ। पाठ्यक्रम विकास केन्द्रको लिखित स्वीकृतिबिना व्यापारिक प्रयोजनका लागि यसको पुरै वा आंशिक भाग हुबहु प्रकाशन गर्न, परिवर्तन गरेर प्रकाशन गर्न, कुनै विद्युतीय साधन वा अन्य प्रविधिबाट रेकर्ड गर्न र प्रतिलिपि निकाल्न पाइने छैन।

प्रथम संस्करण : वि.सं. २०७०

परिमार्जित दोस्रो संस्करण : वि.सं २०७६

मुद्रणः जनक शिक्षा सामग्री केन्द्र लि.
सानोठिमी, भक्तपुर।

मूल्य रु.

पाठ्यपुस्तकसम्बन्धी पाठकहरूका कुनै पनि प्रकारका सुझावहरू भएमा पाठ्यक्रम विकास केन्द्र, समन्वय तथा प्रकाशन शाखामा पठाइदिनुहुन अनुरोध छ। पाठकहरूबाट आउने सुझावहरूलाई केन्द्र हार्दिक स्वागत गर्दछ। तपाइँले किनेको पाठ्यपुस्तकमा कुनै त्रुटि भएमा नजिकको वितरकबाट उक्त पुस्तक साट्न सक्नुहुने छ।

हाम्रो भनाइ

शिक्षालाई उद्देश्यमूलक, व्यावहारिक र समसामयिक बनाउन पाठ्यक्रम विकास केन्द्रले विद्यालय तहका पाठ्यक्रमतथा पाठ्यपुस्तक विकास तथा परिमार्जन गर्ने कार्यलाई निरन्तरता दिँदै आएको छ । विद्यार्थीमा राष्ट्रप्रेम, राष्ट्रियता प्रतिको समर्पण र लोकतान्त्रिक पद्धतिलाई आत्मसात् गर्ने भावनाको विकास गराई नैतिकवान्, अनुशासित, स्वावलम्बी तथा सिर्जनशील भई समावेशी समाज निर्माणमा योगदान दिन सक्ने क्षमता विकास हुन आवश्यक छ ।उनीहरूमा भाषिक तथा गणितीय सिपका साथै विज्ञान, सूचना तथा सञ्चार प्रविधि, वातावरण, स्वास्थ्य तथा जनसङ्ख्यासम्बन्धी आधारभूत ज्ञान तथा जीवनोपयोगी सिपको विकास हुन जरुरी छ । त्यसै गरी विद्यार्थीहरूमा कला तथा सौन्दर्य प्रतिको अनुराग र मानवीय मूल्य मान्यता, आदर्श तथा वैशिष्ट्यहरूप्रतिको सचेतता सहित तिनको संरक्षण, संवर्धन गर्ने भावनाको विकास आवश्यक छ । समता मूलक समाजको निर्माणमा सहयोग पुऱ्याउन उनीहरूमा विभिन्न जातजाति, लिङ्ग, भाषा, धर्म, संस्कृति र क्षेत्रलगायतका विविधताहरूको सम्मान गर्ने र मानव अधिकार तथा सामाजिक मूल्य मान्यता प्रति सचेत भई जिम्मेवारी वहन गर्ने भावनाको विकास गराउनु आवश्यक छ । उल्लिखित आवश्यकतालाई दृष्टिगत गरी आधारभूत शिक्षा पाठ्यक्रम (कक्षा ६-८), २०६९ लाई मूल आधारमानी शिक्षासम्बन्धी विभिन्न आयोगका सुझाव, शिक्षक, विद्यार्थी तथा अभिभावकलगायत शिक्षासँग सम्बद्ध विभिन्न व्यक्ति सम्मिलित गोष्ठी र अन्तरक्रियाका निष्कर्ष र विभिन्न विद्यालयमा परीक्षण गरी प्राप्त पृष्ठपोषण समेतलाई समेटी यो पाठ्यपुस्तक तयार पारिएको हो ।

यस पुस्तकमा हाम्रो दैनिक जीवनसँग सम्बन्धित क्रियाकलाप, प्रयोग तथा उदाहरण समावेश गर्ने कोसिस गरिएको छ । यसमा समावेश गरिएका अधिकांश क्रियाकलापहरू स्थानीय सामग्रीबाट गर्न गराउन सकिने खालका छन् । वि.सं. २०५१ मा डा. सन्तोषमान मास्के र हरिनारायण उपाध्यायले लेख्नुभएको पाठ्यपुस्तकलाई आधारभूत तह (कक्षा ६-८) को पाठ्यक्रम २०६९ बमोजिम दिनेशकुमार श्रेष्ठ, डण्डपाणि शर्मा, श्यामसिंह धामी, वरुणप्रसाद वैद्य, रमेशप्रसाद अवस्थी र ध्रुवनारायण चौधरी सम्मिलित कार्यदलबाट परिमार्जन गरिएको हो । यसको परिमार्जन कार्यमा कार्यकारी निर्देशक खगराज बरालका साथै चित्रप्रसाद देवकोटा, प्रा.डा. सिद्धि कोइराला, प्रा. डा. शिवराम न्यौपाने, प्रा.डा. हिराबहादुर महर्जन, डा. लेखनाथ पौडेल, सुङ्मा तुलाधर, हेमराज पोखरेल, मुकुन्दराज शर्मा, निर्मला गौतम, जीवराज आचार्य, राजेन्द्र देवकोटा, मैना अधिकारी, सुधीर झा र ईश्वर श्रेष्ठको विशेष योगदान रहेको छ । यसको भाषा सम्पादन हरिप्रसाद निरौला, कला सम्पादन श्रीहरि श्रेष्ठ तथा लेआउट डिजाइन जयराम कुइँकेलबाट भएको हो । पाठ्यपुस्तकलाई अध्यावधिक तथा परिमार्जन गरी प्रकाशित गर्न कार्यमा यस केन्द्रका महानिर्देशक डा. लेखनाथ पौडेल, श्री गणेशप्रसाद भट्टराई र श्री चिनाकुमारी निरौलाको योगदान रहेको छ । यस पाठ्यपुस्तकको विकास तथा परिमार्जन कार्यमा संलग्न सबैप्रति पाठ्यक्रम विकास केन्द्र धन्यवाद प्रकट गर्दछ ।

पाठ्यपुस्तकलाई शिक्षण सिकाइको महत्त्वपूर्ण साधनका रूपमा लिइन्छ । यस पाठ्यपुस्तकको प्रयोगबाट पाठ्यक्रमद्वारा लक्षित सक्षमता हासिल गर्न विद्यार्थीलाई सहयोग पुग्ने अपेक्षा गरिएको छ । पाठ्यपुस्तकलाई सकेसम्म क्रियाकलापमुखी र रुचिकर बनाउने प्रयत्न गरिएको छ । यस पाठ्यपुस्तकलाई अझै परिष्कृत पार्नका लागि शिक्षक, विद्यार्थी, अभिभावक, बुद्धिजीवी एवम् सम्पूर्ण पाठकहरूको समेत महत्त्वपूर्ण भूमिका रहने हुँदा सम्बद्ध सबैको रचनात्मक सुझावका लागि पाठ्यक्रम विकास केन्द्र हार्दिक अनुरोध गर्दछ ।

नेपाल सरकार
शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

वि. सं. २०७६

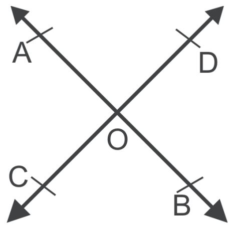
विषयसूची

एकाइ	एकाइ शीर्षक	पृष्ठसङ्ख्या
1.	रेखा र कोण	1
2.	त्रिभुज, चतुर्भुज र बहुभुजहरू	15
3.	ठोस आकृतिहरू	21
4.	निर्देशाङ्कहरू	25
5.	परिमिति, क्षेत्रफल र आयतन	28
6.	स्थानान्तरण	41
7.	सममिति र टेसिलेसन	43
8.	समूह	48
9.	पूर्ण सङ्ख्याहरू	66
10.	पूर्णाङ्कहरू	92
11.	अनुपातिक सङ्ख्याहरू	94
12.	भिन्न र दशमलव	96
13.	अनुपात, समानुपात र प्रतिशत	130
14.	नाफा र नोक्सान	138
15.	ऐकिक नियम	143
16.	साधारण ब्याज	149
17.	तथ्याङ्क शास्त्र	152
18.	बीजीय अभिव्यञ्जक	158
19.	समीकरण, असमानता र लेखाचित्र	172
	उत्तरमाला	186

एकाइ 1 रेखा र कोण (Line and Angle)

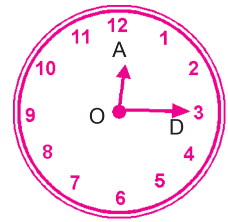
1.1 प्रतिच्छेदित र समानान्तर रेखाहरू (Intersecting and parallel lines)

तल दिइएका उदाहरणहरू छलफल गर :



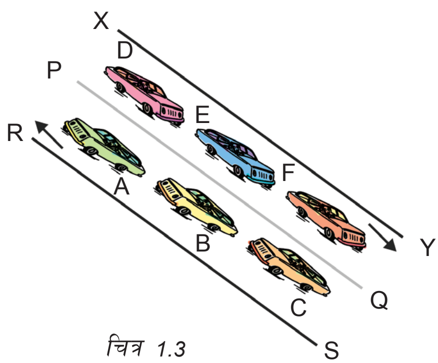
चित्र नं. 1.1

रेखाहरू AB र CD ले एकअर्कालाई बिन्दु O मा भेट्छन् । के AB र CD ले एकअर्कालाई एकैपटक बिन्दु O बाहेक अन्य बिन्दुमा पनि भेट्छन् होला ?



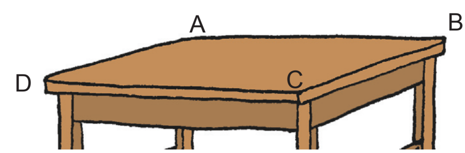
चित्र नं. 1.2

घडीको लामो सुई (minute hand) OD र छोटो सुई (hour hand) OA ले बिन्दु O मा एकअर्कालाई भेटेका छन् । के त्यही समयमा OA र OD ले अर्को बिन्दुमा पनि भेट्न सक्छन् ?



चित्र 1.3

दिइएको चित्रमा गाडीहरू A, B र C गुडिरहेको सडकको किनारा RS र गाडीहरू D, E र F गुडिरहेको सडकको किनारा XY बिचको दुरी समान छ कि छैन ?



चित्र 1.4

दिइएको चित्रमा मेचका दुई जोडी किनाराहरू क्रमश: (AD, BC) र (AB, DC) हुन् । के AD र BC एक आपसमा प्रतिच्छेदन हुन्छन् होला ? के AB र DC एकआपसमा प्रतिच्छेदन हुन्छन् होला ?

1. **प्रतिच्छेदित रेखाहरू :** आपसमा काटिने दुईओटा रेखाहरूलाई प्रतिच्छेदित रेखाहरू भनिन्छ । माथिको चित्र 1.1 मा रेखाहरू AB र DC बिन्दु O मा प्रतिच्छेदित छन् । त्यसैगरी चित्र न. 1.2 मा लामो सुई OD र छोटो सुई OA पनि बिन्दु O मा प्रतिच्छेदित छन् ।

2. **समानान्तर रेखाहरू :** एउटै समतल सतहका रेखाहरूलाई दुवैतिर जति लम्ब्याउँदा पनि आपसमा प्रतिच्छेदन हुँदैनन् भने त्यस्ता रेखाहरू समानान्तर हुन्छन् । चित्र न. 1.3 मा सडकका छेउहरू (XY र RS) एकआपसमा समानान्तर छन् । यसलाई गणितीय चिह्न "//" द्वारा जनाइन्छ । त्यसैले चित्र न. 1.4 मा AD//BC र AB//DC लेख्न सकिन्छ ।

केही उदाहरणहरू

(i) तिम्रो अभ्यास पुस्तिकाका सम्मुख किनाराहरू समानान्तर छन् ।

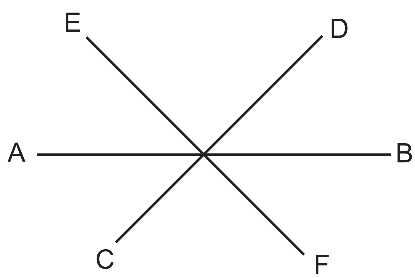
(ii) रुलरका सम्मुख किनाराहरू समानान्तर छन् ।

(iii) कालोपाटीका सम्मुख किनाराहरू समानान्तर हुन्छन् ।

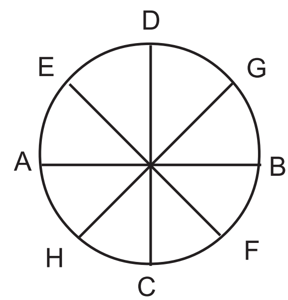
(iv) समानान्तर रेखाहरू जनाउने अन्य उदाहरणहरू कक्षाकोठाबाट सङ्कलन गर ।

अभ्यास 1.1

1. तल दिइएका प्रत्येक चित्रहरूबाट 2–2 जोडा प्रतिच्छेदित रेखाखण्डहरू लेख ।

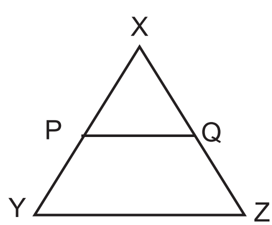


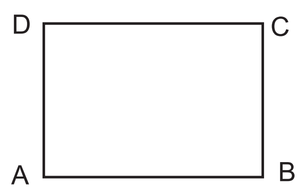
(a)

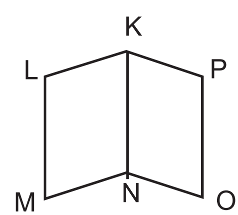


(b)

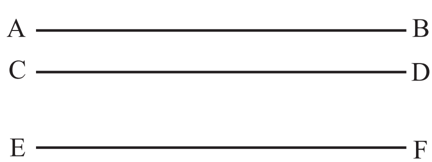
2. तल दिइएका चित्रहरूमा समानान्तर रेखाखण्डहरूको जोडा लेख ।







3. यदि AB//CD, CD//EF भए के AB//EF हुन्छ, लेख ।



4. तल दिइएका मध्ये कुन कुन भनाइहरू ठिक छन् लेख :

(a) दुईओटा रेखाहरूलाई दुवैतिर बढाउँदा पनि एकआपसमा भेट्दैनन् भने ती रेखाहरू समानान्तर हुन्छन् ।

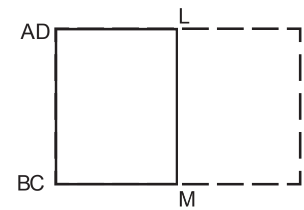
(b) दुईओटा समानान्तर रेखाखण्डहरूबिचको दुरी एकसमान हुन्छ ।

(c) दुईओटा समानान्तर रेखाखण्डहरू प्रतिच्छेदित हुन्छन् ।

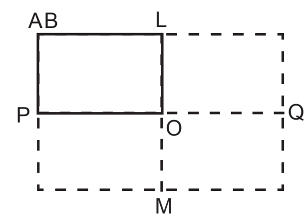
1.2 लम्ब रेखा (Perpendicular lines)

(i) चित्रमा देखाए जस्तै एउटा आयताकार कागजको टुक्रा ABCD लिउँ र D लाई A मा तथा C लाई B मा पर्ने गरी पट्याऊ ।

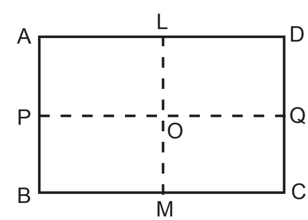
(ii) B लाई A मा तथा C लाई D मा पर्ने गरी कागज पट्याऊ ।



(iii) चित्रमा देखाए जस्तै L, M, P, O र Q नामकरण गर ।



(iv) पट्याएको कागज खोल । रेखाखण्डहरू LM र PQ को प्रतिच्छेदन, बिन्दु O मा भएको छ । के बिन्दु O मा बनेको प्रत्येक कोणको नाप 90^0 हुन्छ ? प्रोटेक्टरको सहायताले नापेर पत्ता लगाऊ ।



आपसमा समकोण भई प्रतिच्छेदन भएका रेखाहरूलाई लम्बरेखाहरू भनिन्छ । माथिको क्रियाकलापबाट प्राप्त रेखाखण्डहरू LM र PQ एकआपसमा लम्ब छन् ।

द्रष्टव्य : दुईओटा रेखाहरू (lines), किरणहरू (rays), रेखाखण्डहरू (line segments) एकआपसमा लम्ब हुन सक्छन् । दुईओटा रेखाखण्डहरू लम्ब हुनु भनेकै रेखाहरू पनि लम्ब हुनु हो । "$\perp$" चिह्नले दुईओटा रेखाहरू अथवा रेखाखण्डहरू लम्ब छन् भन्ने देखाउँछ । माथिको चित्रमा $LM \perp PQ$ हुन्छ । आयताकार कागज ABCD का कुन कुन भुजाहरू आपसमा लम्ब होलान् ? नापेर जाँच ।

अभ्यास 1.2

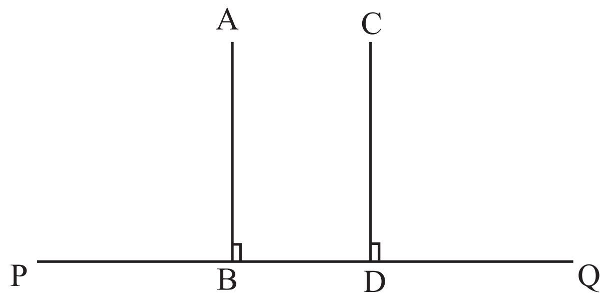
1. तिम्रो ज्यामिति बाकसमा भएका सेट स्क्वायरहरूलाई कापीमा फरक फरक ठाउँमा राख र आफैँ नामकरण गरी लम्ब रेखाहरूको नाम लेख ।

2. कक्षाकोठा र आफ्नो वरिपरि लम्ब हुन सक्ने रेखाखण्डका कुनै तीन ओटा उदाहरण लेख ।

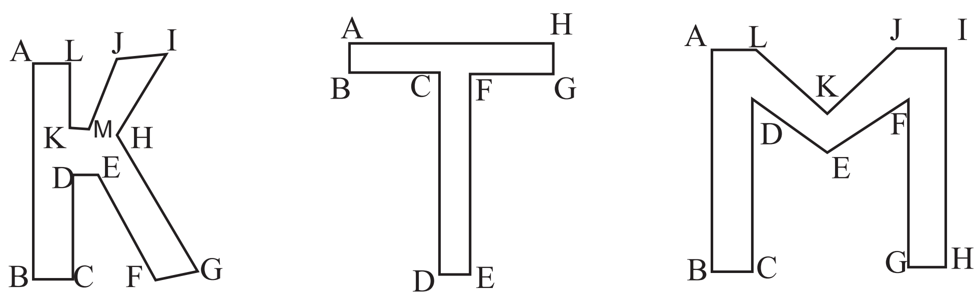
3. E, F, H, L, N, T, V, X

   माथिका कुन कुन अक्षरहरूले लम्ब रेखाखण्ड बनाएका छन् ? लेख ।

4. तल दिइएको चित्रमा AB र CD दुवै रेखा PQ मा लम्ब छन् । के AB//CD हुन्छ ?

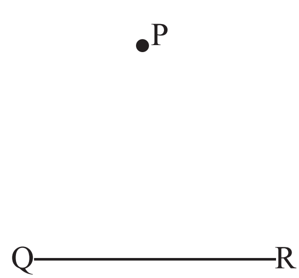


5. तलका प्रत्येक चित्रमा लम्ब हुने र समानान्तर हुने रेखाखण्डहरूका जोडा छुट्याएर लेख ।



6. (a) तलको चित्रमा QR सँग समानान्तर हुने गरी P बाट कतिओटा रेखाहरू खिच्न सकिएला ?

(b) QR मा लम्ब हुने गरी P बाट कतिओटा लम्ब खिच्न सकिएला ?



1.3 समानान्तर र लम्बरेखाहरूको रचना (सेटस्क्वायर प्रयोग गरेर)
(Construction of parallel and perpendicular lines using a set-square)

(a) समानान्तर रेखाहरूको रचना

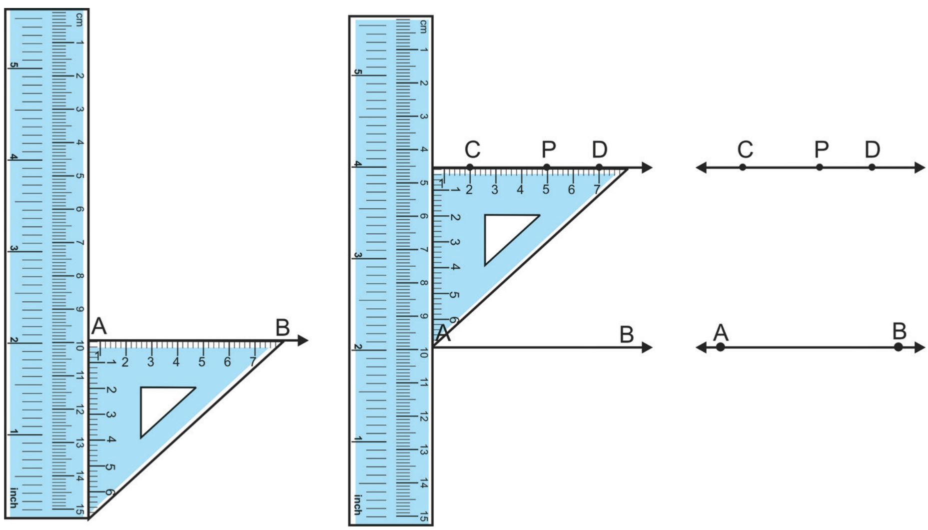
एउटा बिन्दु P रेखा AB बाहिर छ । AB सँग समानान्तर हुने र P भएर जाने रेखा CD खिच्ने ।

(i) सेटस्क्वायरको समोकोणी भुजालाई AB सँग मिल्नेगरी राखौँ ।

(ii) रुलरलाई सेटस्क्वायरको अर्को समकोणी भुजासँग सिधा हुने गरी राखौँ ।

(iii) चित्रमा देखाए जस्तै सेटस्क्वायरलाई रुलर नचल्ने गरी बिन्दु P सम्म लगौँ र CD खिचौँ ।

(iv) सेटस्क्वायरलाई हटाऔँ । यसरी CD//AB को रचना भयो ।



(b) लम्ब रेखाहरूको रचना

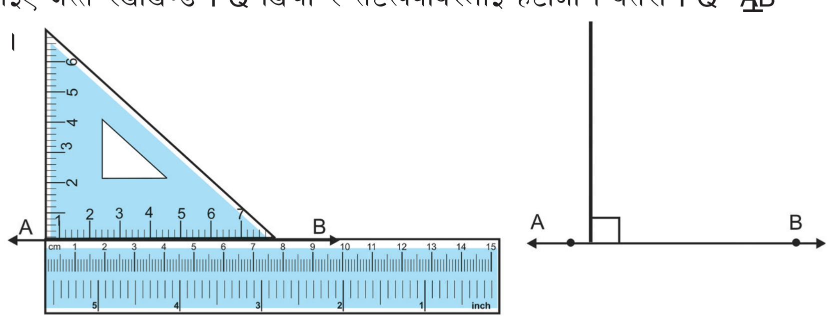
विन्दु P बाट रेखा AB मा लम्ब PQ खिचौँ जहाँ बिन्दु P रेखा AB भन्दा बाहिर छ ।

(i) रेखा AB मा पर्ने गरी रुलरलाई राखौँ ।

(ii) सेटस्क्वायरको 90° बनेको भुजालाई रुलरमा मिल्ने गरी राखौँ ।

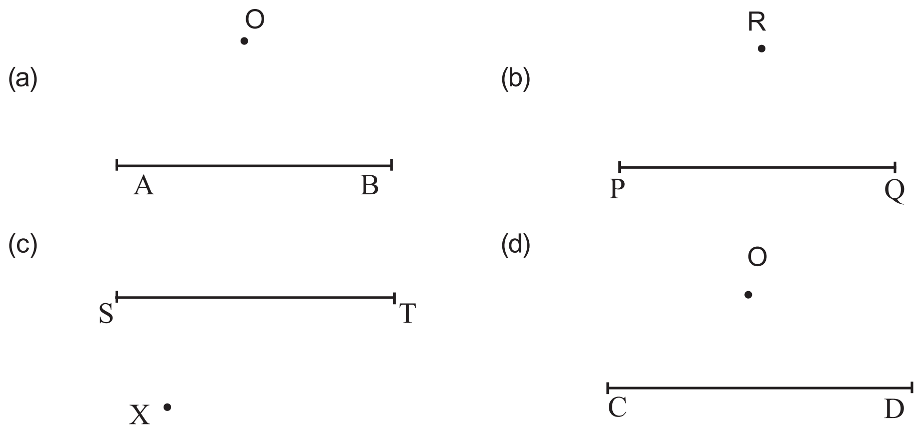
(iii) सेटस्क्वायरको 90° बनेको अर्को भुजालाई बिन्दु P मा मिलाऔँ ।

(iv) चित्रमा देखाइए जस्तै रेखाखण्ड PQ खिचौँ र सेटस्क्वायरलाई हटाऔँ । यसरी PQ ⊥ AB रचना भयो ।

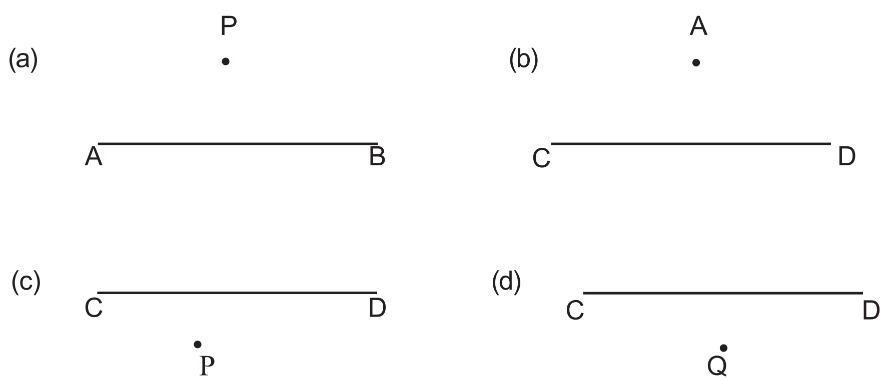


अभ्यास 1.3

1. अभ्यास पुस्तिकामा तल दिइए जस्तै गरी रेखाखण्ड खिची बिन्दु अङ्कन गर र प्रत्येक रेखाखण्डसँग समानान्तर हुने गरी दिइएको बिन्दुबाट जाने रेखाखण्डको रचना गर । (सेटस्क्वाएरको प्रयोग गरेर)



2. अभ्यास पुस्तिकामा तल दिइए जस्तै आकृति बनाई प्रत्येक रेखाखण्डमा दिइएको बिन्दुबाट जाने लम्बको रचना गर । (सेटस्क्वायरको प्रयोग गरेर)



3. आफ्नो कापीमा रेखाखण्ड PQ खिच र त्यसको बिन्दु P र Q मा लम्ब हुने गरी 3/3 से.मि. लामा लम्बहरू SP र RQ खिच । RS लाई जोड्दा केको चित्र बन्छ ?

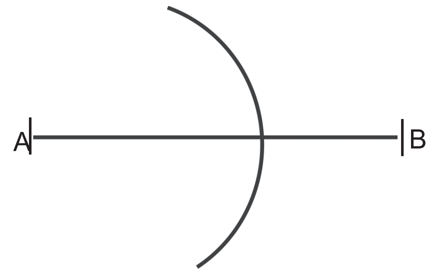
4. P बाट QR सँग समानान्तर हुने गरी एउटा रेखाखण्ड खिच । R बाट PQ सँग समानान्तर हुने गरी अर्को रेखा खिच । यसरी खिचेको दुई ओटा रेखाहरू काटिएको बिन्दुलाई S नामकरण गर । कस्तो आकृति बन्यो ?

1.4 कम्पासको प्रयोगबाट रेखाखण्डको लम्बार्धकको रचना

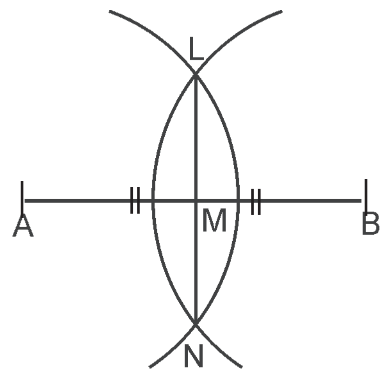
(Construction of Perpendicular Bisector of a Line Segment using Compass)

चरण (i): दिइएको नापको रेखाखण्ड AB रुलरको सहायताले खिच ।

चरण (ii): दिइएको रेखाखण्डको बिन्दु A अथवा B बाट रेखाखण्डको आधाभन्दा बढी लम्बाइको चाप काट, जस्तै : बिन्दु A बाट ।



चरण (iii): A बाट लिइएको चापको लम्बाइ बराबर हुनेगरी बिन्दु B बाट पनि लेऊ । दुवै चापहरूले एकअर्कालाई बिन्दुहरू L र N मा भेट्छन् । रुलरको सहायताले L र N लाई जोड जसले रेखाखण्ड AB लाई M मा भेट्छ ।



AM, BM ∠AML र ∠BML नाप ।

त्यसैले, LN रेखाखण्ड AB को लम्बार्धक हो ।

माथिको चित्रका आधारमा निम्न लिखित प्रश्नहरूमा छलफल गर :

- के AM र BM बराबर छन् ?
- के बिन्दुहरू A र B बाट खिचिएका चापहरू बिन्दु M मा मात्र भेटेका भए बिन्दुहरू L र N पाउन सम्भव थियो ?
- के AL र BL तथा AN र BN एक आपसमा बराबर हुन्छन् होला ?

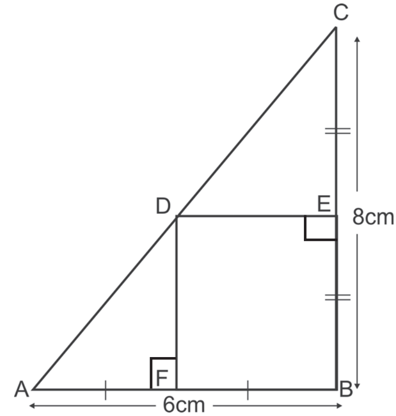
  ∠AML, ∠BML, ∠AMN र ∠BMN मा प्रत्येकको नाप कति हुन्छ ? नापेर हेर ।
- के तिम्रो विद्यालयका कक्षाकोठाहरू तथा घरका झ्यालहरूमा लम्बार्धक हुने गरेर काठका वा फलामका छडहरू राखिएका छन् ?

कुनै रेखाखण्डको मध्य बिन्दुबाट 90^0 को कोण बनाएर गएको रेखाखण्डलाई उक्त रेखाखण्डको लम्बार्धक भनिन्छ । माथिका चित्रमा AB को लम्बार्धक LN हो ।

कुनै पनि रेखाखण्डलाई आधा हुने गरी गएको रेखाखण्डलाई अर्धक भनिन्छ ।

अभ्यास 1.4

1. दिइएको चित्रबाट,

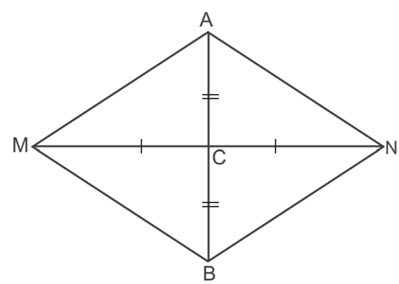


(a) भुजा BC को लम्बार्धकको नाम लेख ।

(b) भुजा AB को लम्बार्धकको नाम लेख ।

(c) के AD र CD बराबर छन् ?

2. दिइएको चित्रमा,



(a) के AB रेखाखण्ड MN को लम्बार्धक हो ?

(b) के MN रेखाखण्ड AB को पनि लम्बार्धक हो ?

3. **तल दिइएका नापका रेखाखण्डहरू खिच र उक्त रेखाखण्डको लम्बार्धकको रचना गर ।**

(a) AB = 6 से.मि.

(b) CD = 8 से.मि.

(c) PQ = 9 से.मि.

(d) EF = 9 से.मि.

(e) MN = 7.5 से.मि.

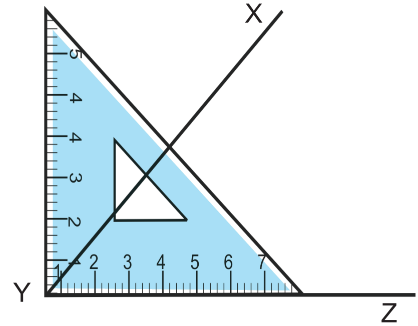
(f) GM = 8.5 से.मि.

(g) RS = $5\frac{1}{2}$ से.मि.

(h) KL = $7\frac{1}{2}$ से.मि.

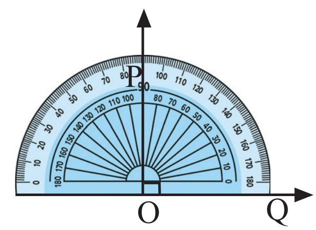
1.5 कोणहरूको प्रकार (Types of Angles)

(क) न्यूनकोण (Acute angle)



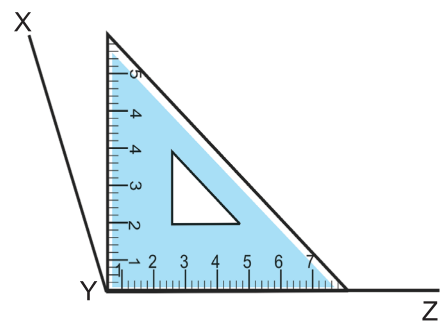
0^0 भन्दा ठुलो र समकोणभन्दा सानो (90^0 भन्दा सानो) कोणलाई न्यूनकोण भनिन्छ । चित्रमा ∠XYZ समकोणभन्दा सानो भएकाले न्यूनकोण हो ।

(ख) समकोण (Right angle)



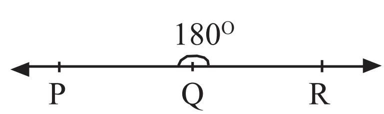
90^0 नाप भएको कोणलाई समकोण भनिन्छ । चित्रमा ∠POQ = 90^0 भएकाले कोण POQ समकोण हो ।

(ग) अधिककोण (Obtuse angle)



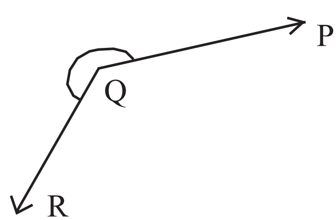
90^0 भन्दा ठुलो तर 180^0 भन्दा सानो कोणलाई अधिककोण भनिन्छ । चित्रमा ∠XYZ कोण 90^0 भन्दा ठुलो भएकाले ∠XYZ अधिक कोण हो ।

(घ) सरल कोण (Straight angle)



180^0 नाप भएको कोणलाई सरल कोण भनिन्छ । चित्रमा ∠PQR को नाप 180^0 भएकाले यो एउटा सरल कोण हो ।

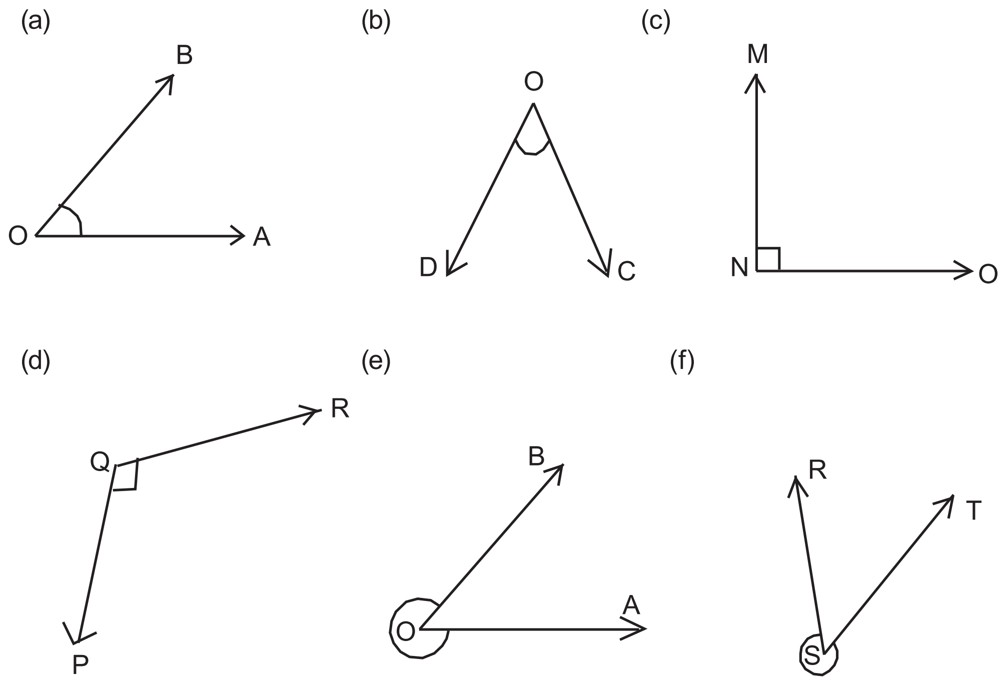
(ङ) बृहत्कोण (Reflex angle)



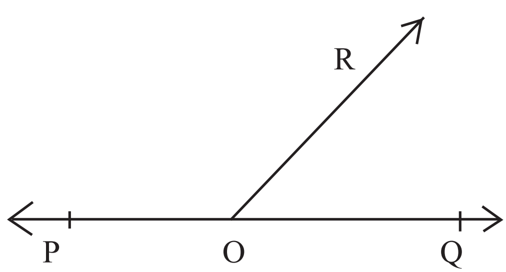
180^0 भन्दा ठुलो र 360^0 भन्दा सानो कोणलाई बृहत्कोण भनिन्छ । ∠PQR को नाप 180^0 भन्दा ठुलो भएकाले यो एक बृहत्कोण हो ।

अभ्यास 1.5

1. तल दिइएका प्रत्येक कोणहरू न्यूनकोण, समकोण, अधिक कोण, सरल कोण वा बृहत्‌कोण के के हुन्, छुट्याऊ र लेख ।



2. चित्रमा भएका अधिककोण, न्यूनकोण र सरलकोणको नाम लेख ।



3. तलका भनाइ ठिक वा बेठिक के हुन्, छुट्याऊ :

(क) $\angle X$, 0^0 भन्दा ठुलो र 90^0 भन्दा सानो छ । X न्यूनकोण हो ।

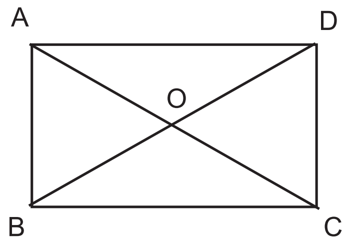
(ख) $\angle Y$, 0^0 भन्दा ठुलो र 90^0 भन्दा सानो छ । Y को एउटा मात्र मान हुन्छ ।

(ग) $\angle Z$, 90^0 र 180^0 का बिचमा पर्छ । Z ले अधिककोण जनाउँछ ।

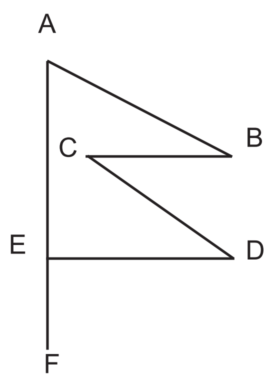
(घ) $\angle P$, 90^0 सँग बराबर छ । P ले समकोण जनाउँछ ।

(ङ) $\angle L$, 180^0 सँग बराबर छ । $\angle L$ अधिककोण हो ।

4. चित्रमा भएका अधिककोणहरूको नाम लेख ।



5. नेपालको झन्डाको रेखाङ्कनमा भएका अधिककोण, न्यूनकोण, समकोण, सरलकोण र बृहत्कोण छुट्याऊ ।

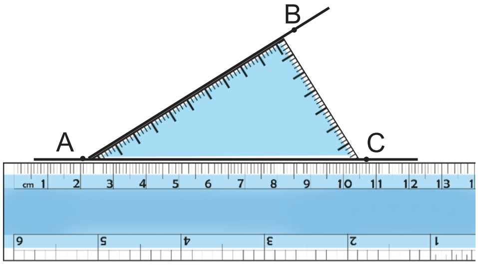


6. दुईओटा सिन्काहरूको सहयोगबाट न्यूनकोण, समकोण, अधिककोण र सरलकोण बनाऊ ।

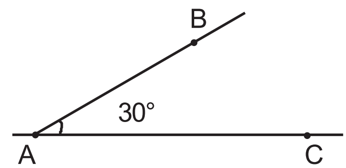
1.6 कोणको रचना र नाप (Construction of Angle of given Measurement)

1. सेटस्क्वायरको प्रयोगद्वारा 30°, 45°, 60° र 90° का कोणहरूको रचना

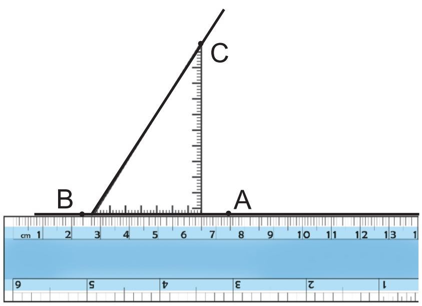
चित्र न. (i) मा देखाइए जस्तै सेटस्क्वायर (set-square) लाई राखौँ । रुलरको सहायताले रेखा AC र AB खिचौँ, यसरी ∠BAC = 30° प्राप्त हुन्छ ।



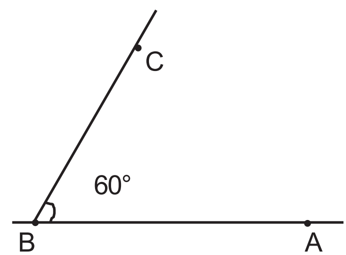
(i)



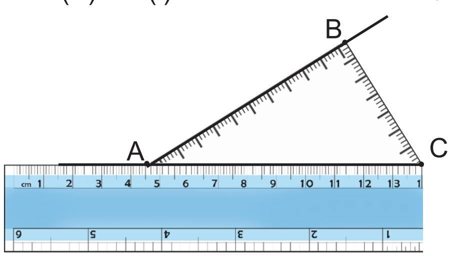
चित्र न. (ii) मा (i) को जस्तै क्रियाकलाप दोहोर्‍याऔँ र ∠CBA = 60° को रचना गरौँ ।



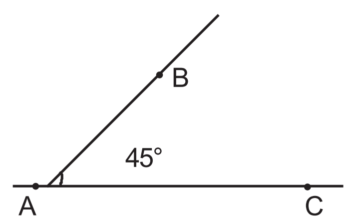
(ii)

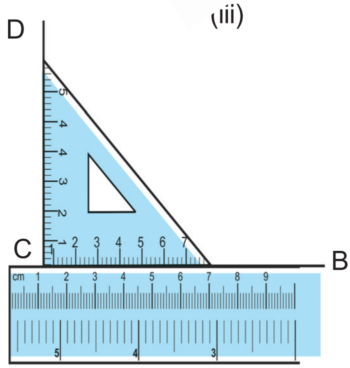


चित्र न. (iii) मा (i) को जस्तै क्रियाकलाप दोहोर्‍याऔँ र ∠BAC = 45° को रचना गरौँ ।



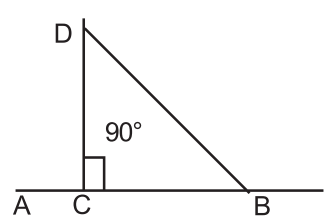
(iii)





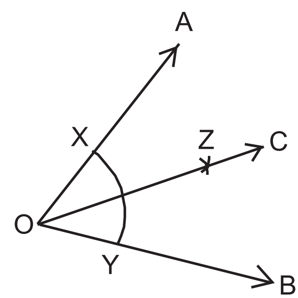
(iv)

चित्र न. (iv) मा (i) को जस्तै क्रियाकलाप दोहोर्‍याऔँ र ∠DCB = 90° को रचना गरौँ ।



2. कोणको अर्धकको रचना (Construction of bisecter of the Angle)

O बाट OA र OB काटिने गरी चाप XY खिच । X र Y बाट सोही चाप लिएर Z मा काट । O र Z जोडी C सम्म लम्ब्याऊ ।

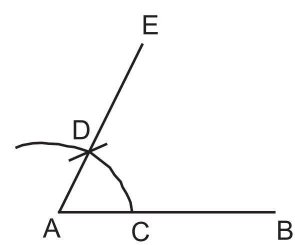


चित्रमा ∠AOB नाप । त्यसैगरी ∠AOC र ∠BOC पनि नाप । रेखा OC ले ∠AOB लाई बराबर दुई भागमा बाँडेको छ । यसरी एउटा कोणलाई दुई बराबर भागमा बाँड्ने रेखालाई कोणको अर्धक भनिन्छ । चित्रमा ∠AOB को अर्धक OC हो । कम्पासको सहायताले कुनै पनि कोणको अर्धक खिच्ने तरिका चित्रमा देखाइएको छ ।

3. कम्पासको प्रयोगद्वारा कोणको रचना

60^0 को कोणको रचना

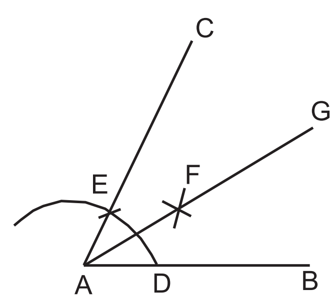
एउटा रेखाखण्ड AB खिच । A मा कम्पासको सहयोगले एउटा चाप खिच । सो चापले रेखा AB को C मा काट्छ । C बाट अघिकै चाप लिई पहिले खिचिएको चापलाई D मा काट । A र D जोडी E सम्म लम्ब्याऊ ।



$\angle EAB = 60^0$ हुन्छ ।

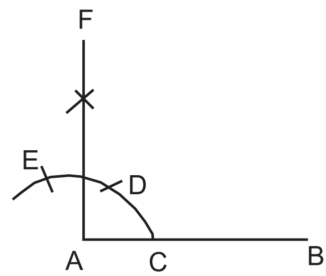
30^0 को कोणको रचना

60^0 को कोणको रचना गर । सोही चापले D र E बाट F मा काट्ने । काटिएको बिन्दु F र A जोडी G सम्म लम्ब्याऊ । यहाँ $\angle CAG = \angle GAB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^0$ हुन्छ ।



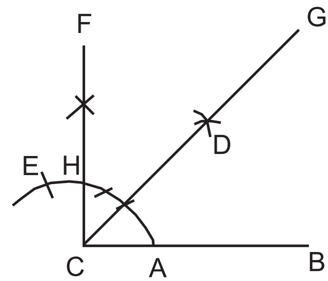
90^0 कोणको रचना

एउटा रेखाखण्ड AB खिच। बिन्दु A बाट कुनै चाप लिई 60° को चिह्न D लगाऊ र फेरि D बाट 60° को चाप E काटी 120^0 कोणको रचना गर। D र E बाट खिचिएका बराबरी चाप काटिएको बिन्दु र A जोडी F सम्म लम्ब्याऊ। यहाँ $\angle FAB = 90^0$ हुन्छ।



45^0 को कोणको रचना

90^0 को कोणको रचना गर। बिन्दुहरू H र A बाट बराबरी चापले काटिएको विन्दु D र C जोडी G सम्म लम्ब्याऊ। यहाँ $\angle BCG = 45^0$ हुन्छ।



अभ्यास 1.6

1. **कम्पास र सेटस्क्वायरको प्रयोग गरी तल दिइएका कोणहरूको रचना गर :**

   (a) 60° (b) 30° (c) 90° (d) 45°

2. **रेखाखण्ड AB को विन्दु A मा कम्पासको सहायताले 60° को कोण रचना गर र यसलाई आधा गर।**

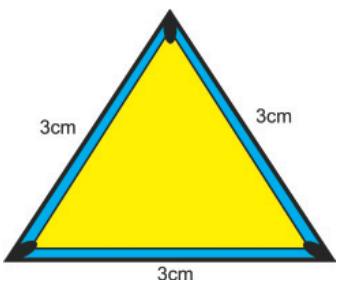
3. **एउटा रेखाखण्ड AB को बिन्दु A मा 30° र बिन्दु B मा 90° को कोण बनाऊ। कोणहरू बनाउने रेखाहरू काटिएको बिन्दुलाई C नाम देऊ र कोण C नाप।**

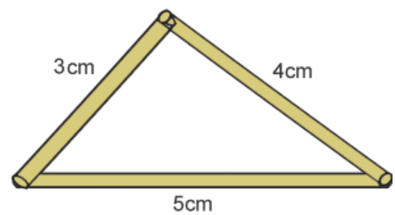
एकाइ 2

त्रिभुज, चतुर्भुज र बहुभुज
(Triangle, Quadrilateral and Polygon)

2.1 भुजा र कोणका आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण (Classification of triangles by sides and angles)

बराबर वा फरक फरक नापका तिन ओटा गहुँको छ्वाली वा बाँसको पाइप वा जुस पाइप वा अन्य काठका टुक्रा वा डटपेनका खोक्राहरू लेऊ र विभिन्न प्रकारका त्रिभुजहरू बनाऊ ।

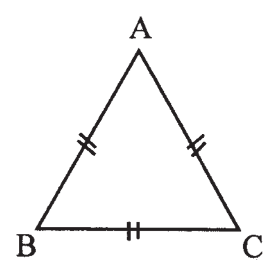




भुजाहरूका आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण

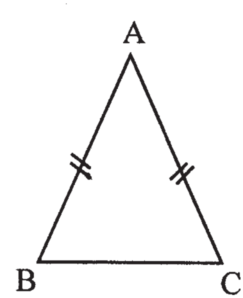
(क) समबाहु त्रिभुज (Equilateral triangle)

कुनै त्रिभुजका तीनओटा भुजाहरूको लम्बाइ बराबर छ भने त्यो त्रिभुजलाई समबाहु त्रिभुज भनिन्छ । त्रिभुज ABC मा AB = BC = AC भएकाले यो समबाहु त्रिभुज हो ।

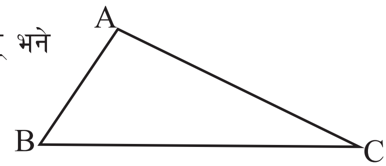


(ख) समद्विबाहु त्रिभुज (Isosceles triangle)

त्रिभुजका कुनै दुईओटा भुजाको लम्बाइ बराबर छ भने त्यस्तो त्रिभुजलाई समद्विबाहु त्रिभुज भनिन्छ । चित्रमा ΔABC मा AB = AC भएकाले यो त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज हो ।



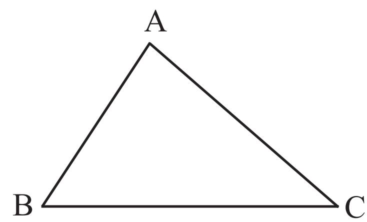
(ग) विषमबाहु त्रिभुज (Scalene triangle)



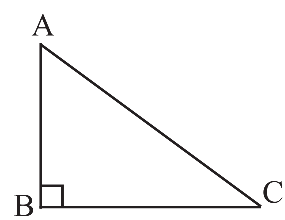
कुनै त्रिभुजका तीनओटा भुजाहरू फरक फरक नापका छन् भने त्यस्तो त्रिभुजलाई विषमबाहु त्रिभुज भनिन्छ ।
ΔABC मा कुनै पनि भुजा बराबर छैनन् ।
त्यसैले ΔABC विषमबाहु त्रिभुज हो ।

कोणहरूका आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण

(क) न्यूनकोणी त्रिभुज (Acute-angled triangle)

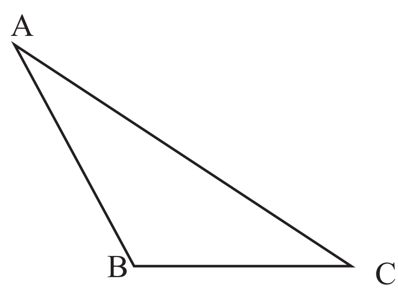


कुनै त्रिभुजका तीनओटै कोणहरू 90^0 भन्दा साना छन् अर्थात् न्यूनकोण छन् भने त्यस्तो त्रिभुजलाई न्यूनकोणी त्रिभुज भनिन्छ । ΔABC मा $\angle$A, $\angle$B र $\angle$C सबै 90^0 भन्दा साना छन् । त्यसैले ΔABC एउटा न्यूनकोणी त्रिभुज हो ।



(ख) समकोणी त्रिभुज (Right-angled triangle)

कुनै त्रिभुजको एउटा कोण समकोण छ भने त्यो त्रिभुज समकोणी त्रिभुज हुन्छ । ΔABC मा $\angle$B = 90^0 भएकाले उक्त त्रिभुज समकोणी त्रिभुज हो ।



(ग) अधिककोणी त्रिभुज (Obtuse angled triangle)

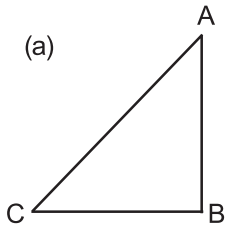
त्रिभुजका तीनओटा कोणमध्ये एउटा कोण 90^0 भन्दा ठुलो छ भने त्यो त्रिभुज अधिककोणी त्रिभुज हुन्छ ।

ΔABC मा $\angle$B, 90^0 भन्दा ठुलो भएकाले ΔABC अधिककोणी त्रिभुज हो ।

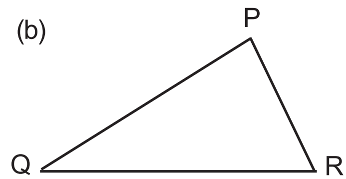
अभ्यास 2.1

1. तल दिइएका प्रत्येक त्रिभुजका भुजाहरू नाप र भुजाका आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण गर :

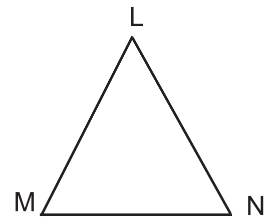
(a)



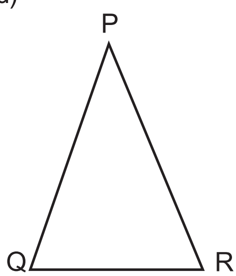
(b)



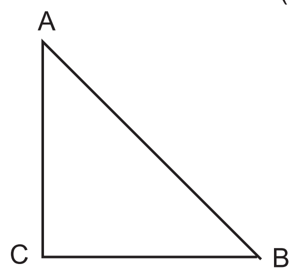
(c)



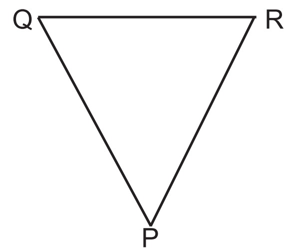
(d)



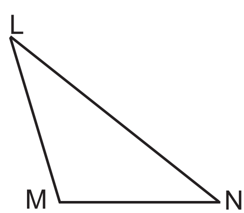
(e)



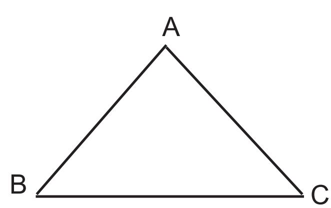
(f)



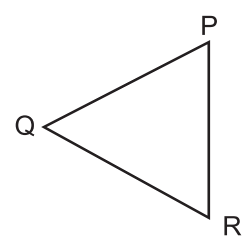
(g)



(h)

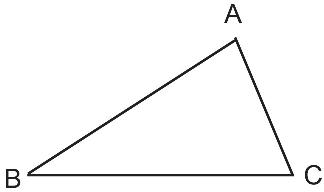


(i)

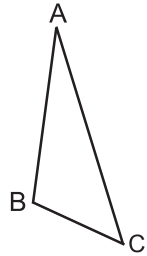


2. तल दिइएका त्रिभुजलाई कोणका आधारमा वर्गीकरण गर :

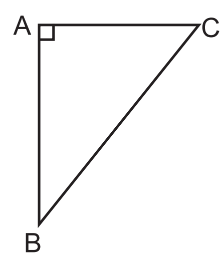
(a)



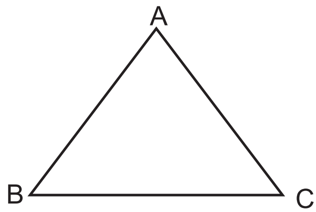
(b)



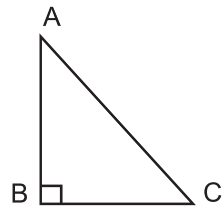
(c)



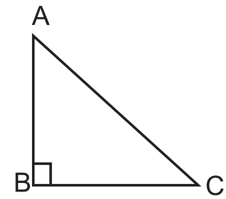
(d)



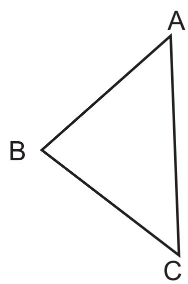
(e)



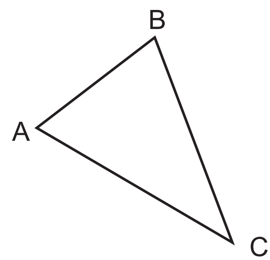
(f)



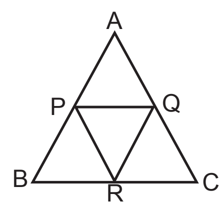
(g)



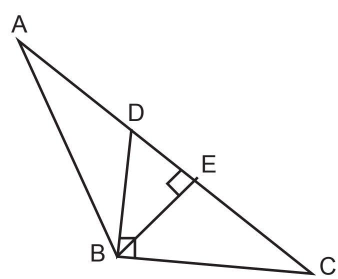
(h)



3. दिइएको चित्रमा कतिओटा त्रिभुजहरू छन् ?

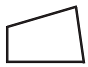
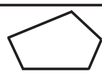
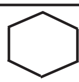
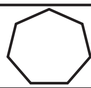
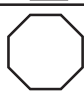


4. दिइएको चित्रबाट एक एकओटा समकोणी, न्यूनकोणी र अधिककोणी त्रिभुजको नाम लेख ।



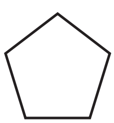
2.2 बहुभुज (Polygons)

तलको तालिकामा केही बहुभुजहरू, तिनीहरूका भुजाको सङ्ख्या र नाम दिएको छ :

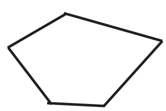
चित्र	भुजाको सङ्ख्या	नाम
	3	त्रिभुज (Triangle)
	4	चतुर्भुज (Quadrilateral)
	5	पञ्चभुज (Pentagon)
	6	षड्भुज (Hexagon)
	7	सप्तभुज (Heptagon)
	8	अष्टभुज (Octagon)

तीन वा तीनभन्दा बढी भुजाहरूले बनेको सरल बन्द समतलीय आकृतिलाई बहुभुज भनिन्छ ।

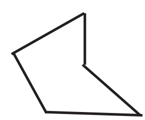
यदि बहुभुजका सबै भुजाहरू बराबर छन् र भित्री कोणहरू पनि बराबर छन् भने त्यस्तो बहुभुजलाई नियमित बहुभुज (Regular Polygon) भनिन्छ । 5 ओटा भुजाले बनेका नियमित र अनियमित बहुभुजको चित्र हेर ।



नियमित



अनियमित

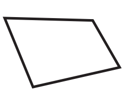


अनियमित

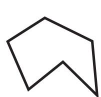
द्रष्टव्य : नियमित त्रिभुज भन्नु नै समबाहु त्रिभुज हो । त्यस्तै नियमित चतुर्भुज भन्नु नै वर्ग हो ।

अभ्यास 2.2

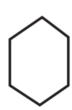
1. तल दिइएका चित्रहरूमध्ये कुन बहुभुज होइन, लेख ।



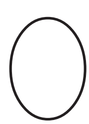
(क)



(ख)

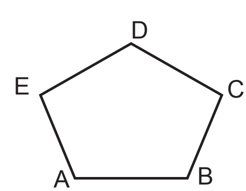


(ग)

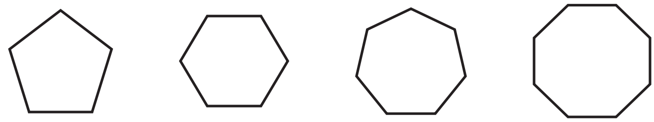


(घ)

2. दिइएको बहुभुजको नाम लेख र यसभित्र बन्न सक्ने 2 ओटा त्रिभुज र 2 ओटा चतुर्भुजको नाम लेख ।



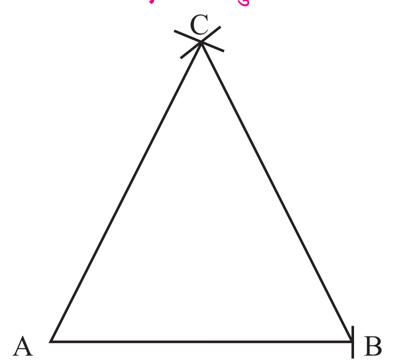
3. तल दिइएका बहुभुजहरूका भुजाहरूको सङ्ख्या र बहुभुजहरूको नाम लेख ।



(क) (ख) (ग) (घ)

4. तिम्रो वरिपरिका बहुभुज आकारको कुनै पाँचओटा वस्तुहरूको नाम लेख ।

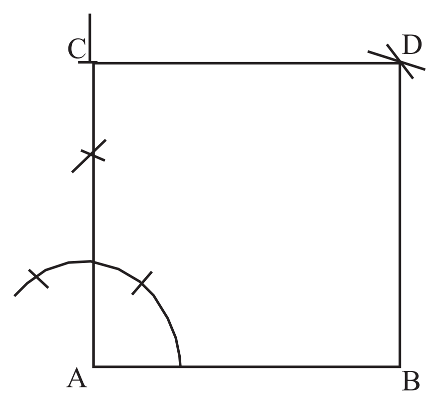
2.3 कम्पास र रुलरको प्रयोगद्वारा समबाहु त्रिभुज र वर्ग (एउटा भुजाको लम्बाइ दिइएमा) को रचना



कम्पास र रुलर प्रयोग गरेर समबाहु त्रिभुजको रचना :

4 से.मि. को एउटा रेखा खण्ड AB खिच । सो रेखा खण्डमा कम्पास मिलाई A बाट माथितिर 4 से.मि. लम्बाइको एउटा चाप खिच । त्यस्तै गरी उत्तिकै चाप B बाट पनि काटेर C बिन्दु नामकरण गर । A र C तथा B र C जोड । ABC एउटा समबाहु त्रिभुज हो ।

कम्पास र रुलर प्रयोग गरेर वर्गको रचना :



4 से.मि. को एउटा रेखाखण्ड AB खिच । A मा 90^0 को कोण रचना गर । AC = 4 से.मि. चिह्न लगाऊ । C बाट कम्पासको मद्दतले 4 से.मि. को चाप खिच । त्यसैगरी B बाट 4 से.मि. को चाप खिची C बाट खिचिएको चापलाई काट । काटिएको बिन्दुलाई D नाम देऊ । C र D तथा B र D जोड । ABDC एउटा वर्ग हो ।

अभ्यास 2.3

1. **निम्नलिखित नापका भुजाहरू भएको समबाहु त्रिभुजको रचना गर :**

   (क) भुजा = 3 से.मि. (ख) भुजा = 4.5 से.मि.

   (ग) भुजा = 5 से.मि. (घ) भुजा = 6 से.मि.

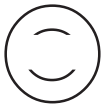
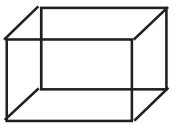
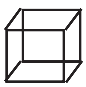
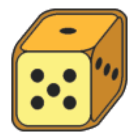
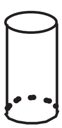
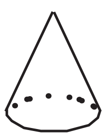
2. **निम्नलिखित नापका भुजाहरू भएको वर्गको रचना गर :**

   (क) भुजा = 3 से.मि. (ख) भुजा = 4 से.मि.

   (ग) भुजा = 4.5 से.मि. (घ) भुजा = 6 से.मि.

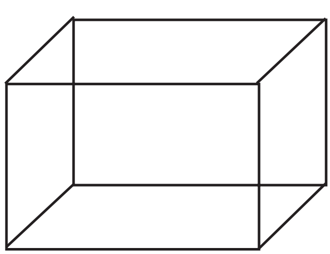
एकाइ 3 ठोस आकृतिहरू (Solid Figures)

तलको तालिकामा केही ज्यामितीय ठोस आकृति र तिनीहरूका नमुना देखाइएको छ । ज्यामितीय ठोस आकृतिसँग मिल्ने यस्तै 3/3 ओटा नमुनाको सूची तयार पार ।

ज्यामितीय ठोस आकृति	नाम	उदाहरण
	गोला (Sphere)	फुटबल ग्लोब
	षड्मुखा (Cuboid)	सलाईको बट्टा
	घन (Cube)	 गोटी
	बेलना (Cylinder)	दुधको बट्टा र पेन्सिल
	सोली (Cone)	आइसक्रिम कोन धानको रास

ठोस आकृतिका कुनाहरू (Vertices), किनाराहरू (Edges) र मोहडाहरू (Faces)

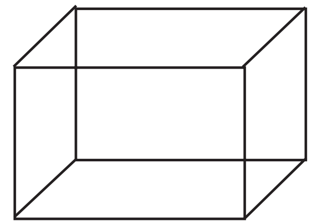
तलको चित्रको अध्ययन गरी निम्न लिखित प्रश्नहरूका आधारमा छलफल गर :



यसमा कतिओटा आयताकार मोहडाहरू छन् ?

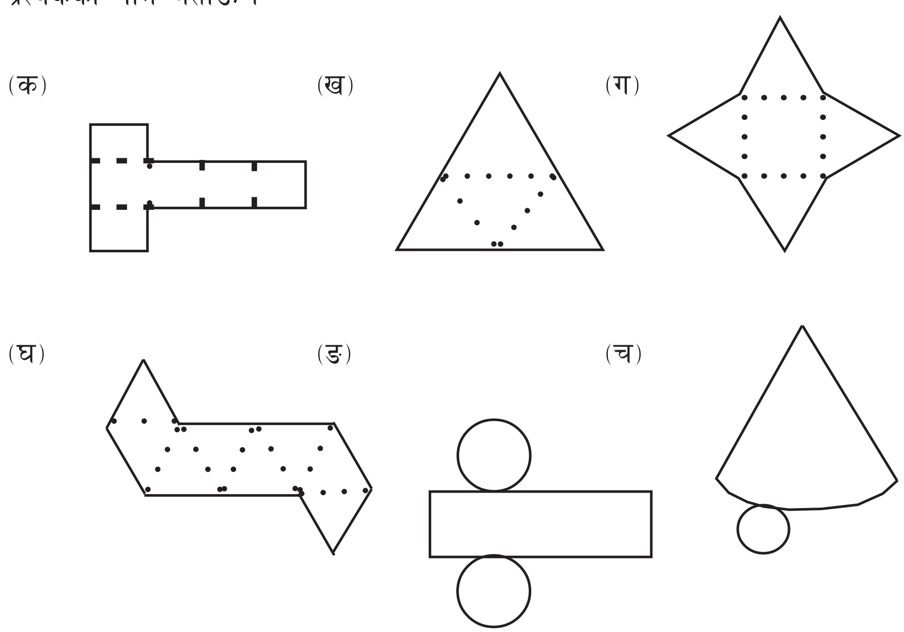
दुई आयताकार सतह मिलेको ठाउँलाई किनारा (Edge) भनिन्छ । षड्मुखामा कतिओटा यस्ता किनाराहरू छन् ? तीनओटा किनाराहरू मिलेको ठाउँलाई कुना (Vertex) भनिन्छ । आयताकार वस्तुमा कतिओटा कुनाहरू छन् ? के कुनाहरू बन्न 3 ओटा मात्र किनारा मिल्नुपर्छ वा त्योभन्दा बढी पनि हुन सक्छन् ?

एउटा षड्मुखालाई हेर । षड्मुखामा कतिओटा कुनाहरू छन् ? षड्मुखाको सबैभन्दा माथिको कुनामा कतिओटा किनाराहरू जोडिएका छन् ? त्यसैले ठोस वस्तुका कुना बन्नका लागि 2 भन्दा बढी किनाराहरू जोडिएको हुनुपर्दछ ।



केही ठोस वस्तुहरूका नमुनाहरू निर्माण (Construction of Some Models of Solids)

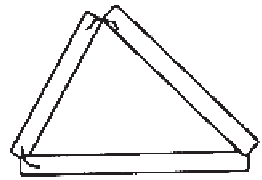
1. कागज पट्याएर (by paper folding) विभिन्न आकृतिका नमुनाहरू बनाउन सकिन्छ । चित्रमा देखाइए जस्तै बाक्लो कागजमा आकृतिहरू खिच र वरिपरिको घेरामा काट । यहाँ डट्लाइन लेखेको ठाउँमा पट्याएर किनाराहरूलाई गम लगाएर वा सेलोटेप प्रयोग गरी जोड । के को आकृति बन्छ प्रत्येकको नाम बताऊ ।



माथि जस्तै फरक फरक आकृतिका ठोस वस्तुहरू निर्माण गरेर विभिन्न रङ भरी कक्षा कोठामा सजाएर राख्न सकिन्छ । यस्ता वस्तुहरू गिलो माटो प्रयोग गरेर पनि निर्माण गर्न सकिन्छ । माटो प्रयोग गरी ठोस आकृतिको निर्माण गरेर शिक्षकलाई देखाऊ ।

2. जुस खाने पाइप वा निगालो वा छ्वाली प्रयोग गरेर ठोस वस्तुको खोक्रो आकृति (skeleton models) निर्माण गर्न सकिन्छ । यसका लागि जुस खाने पाइप, सियो र धागो आवश्यक पर्दछ । उदाहरणका लागि पहिले एउटा त्रिभुज बनाई हेरौं :

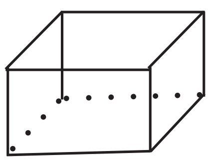
ती ओटा पाइपमा धागो छिराउने



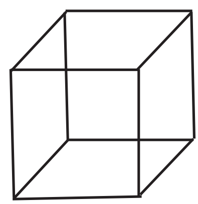
पट्याएर बाँध्दा त्रिभुज बन्छ ।

अब, जुस खाने पाइप प्रयोग गरी निर्माण गरेका आकृति हेर र यस्तै आकृति निर्माण गरी आफ्नो कक्षा कोठा सजाऊ ।

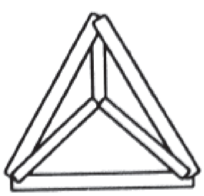
(क)



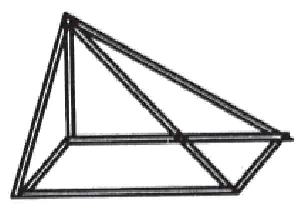
(ख)



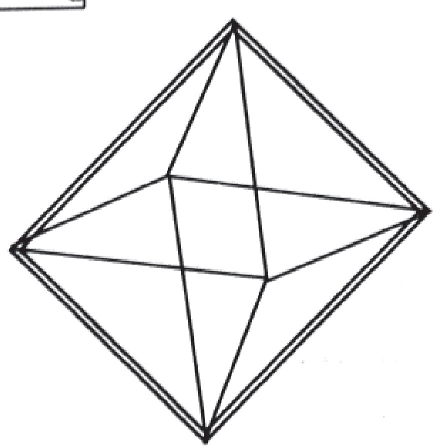
(ग)



(घ)



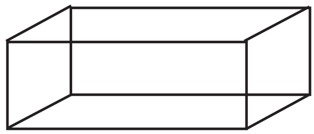
(ङ)



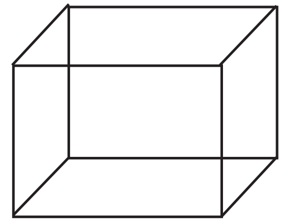
अभ्यास 3

1. तल दिइएका ठोस आकारहरूको किनारा, मोहडा (सतह) र कुनाहरू गनेर लेख ।

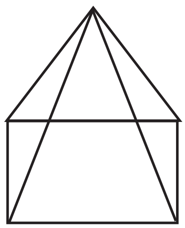
(क)



(ख)



(ग)



2. तिम्रो वरिपरि रहेका चकको बट्टा, डस्टर, किताब आदि सङ्कलन गर र तिनका किनारा, मोहडा (सतह) र कुनाहरू गनेर सूची बनाऊ ।

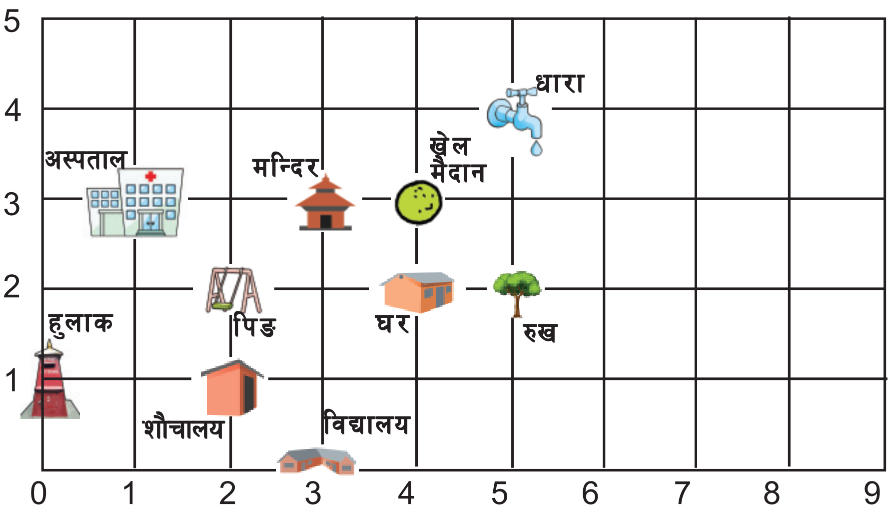
3. उदाहरणमा दिइएअनुसार कागज तथा जुस खाने पाइप, छ्वाली वा यस्तै अन्य वस्तुहरूबाट तलका नमुनाहरू तयार पार ।

(क) घन (ख) षड्मुखा

एकाइ 4

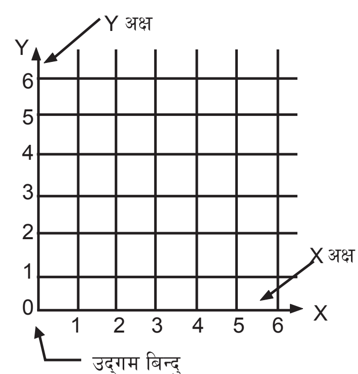
निर्देशाङ्कहरू (Co-ordinates)

तलका चित्र हेरौं :



चित्रमा '0 देखि 5 एकाइ दायाँ गएर 2 एकाइ माथि रुख छ भन्नका लागि पहिला तेर्सो त्यसपछि ठाडो पढेर रूख (5, 2) मा छ भन्नुपर्छ । यो भनाइअनुसार मन्दिर (3, 3) मा छ र हुलाक (0, 1) मा छ भन्न मिल्छ ।

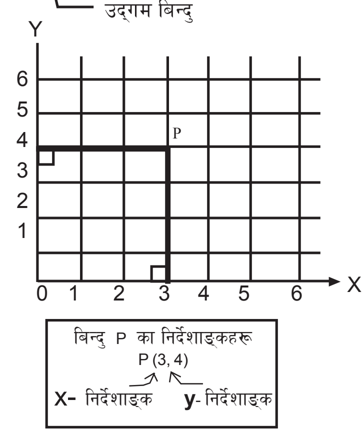
यस्तै गरी, चित्रमा अरू वस्तुहरू कसरी जनाइन्छ ? विचार गरौं ।



दायाँतर्फको चित्र हेरौं :

यहाँ दुईओटा सङ्ख्या रेखाहरू O मा लम्ब हुने गरी जोडिएका छन् । यसमा तेर्सो सङ्ख्या रेखालाई x – अक्ष (x-axis), ठाडो सङ्ख्या रेखालाई y - अक्ष (y-axis) र काटिएको बिन्दु O लाई उद्गम बिन्दु (Origin) भनिन्छ ।

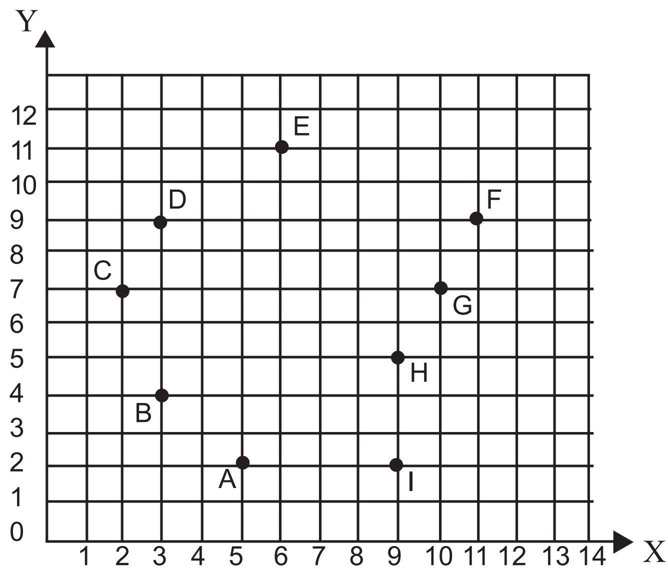
दायाँको चित्रमा बिन्दु P को स्थान जनाउन P बाट x - अक्ष र y - अक्षमा लम्ब खिच्दा x - अक्ष र y - अक्ष क्रमश: 3 र 4 मा काटियो । यसलाई (3, 4) लेखिन्छ र यहाँ 3 लाई बिन्दु P को x - निर्देशाङ्क (x-co-ordinate) र 4 लाई बिन्दुको y - निर्देशाङ्क (y-co-ordinate) भनिन्छ । अनि बिन्दु P लाई P (3, 4) पनि लेखिन्छ । P (3, 4) ले उद्गम बिन्दु O बाट 3 एकाइ दायाँ र 4 एकाइ माथि जाँदा पर्ने बिन्दु P जनाउँछ ।



यसरी अक्षहरू (axes) को मदतबाट समतल सतह (plane) मा रहेका बिन्दुहरूको स्थिति (position) सहजै पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

अभ्यास 4

1. **तल दिइएका वर्गाङ्कित कागज (squared paper) मा दिएका बिन्दुहरू A, B, C, D, E, F, G, H र I का निर्देशाङ्कहरू पत्ता लगाऊ :**



2. **वर्गाङ्कित कागजमा निम्न लिखित बिन्दुहरू भर र प्रत्येक बिन्दुलाई क्रमशः जोड्दै जाऊ । केको चित्र बन्छ ?**

(a) (2,6); (3,2) र (5,4)

(b) (3,1); (6,1) र (6,4)

(c) (4,4); (7,2) र (7,6)

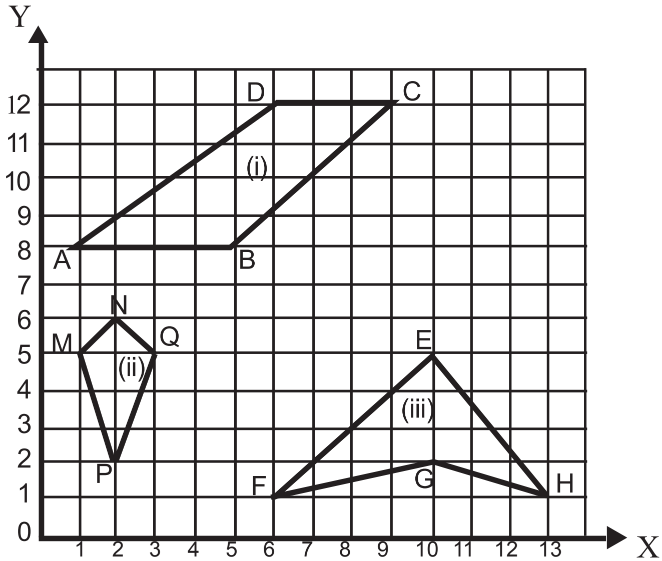
(d) (0,0); (4,0); (6,4) र (3,5)

(e) (3,3); (7,3); (7,7) र (3,7)

(f) (4,6); (8,2); (7,6) र (8,9)

(g) (4,4); (4,10); (8,7); (6,7) र (8,4)

3. चित्रमा दिइएका प्रत्येक आकृतिका शीर्षबिन्दुहरूको निर्देशाङ्क लेख :



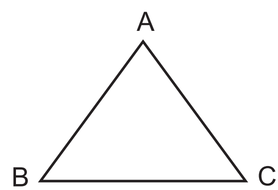
4. P(6,6), Q (6,10) र R (10,10) वर्गका तीन शीर्षबिन्दुहरू हुन् । बिन्दु S वर्गको चौथो शीर्षबिन्दु हो भने बिन्दुहरू अङ्कन गरी S को निर्देशाङ्क लेख ।

5. बिन्दु P(3,2) र Q(7,6) जोड्ने रेखाखण्डको मध्यबिन्दुको निर्देशाङ्क कति हुन्छ ? वर्गाङ्कित कागज प्रयोग गरी अङ्कन गर ।

परिमिति (Perimeter), क्षेत्रफल (Area) र आयतन (Volume)

5.1 त्रिभुजको परिमिति (Perimeter of triangle)

तल दिइएको त्रिभुज ABC को परिमिति कसरी थाहा पाउन सकिन्छ ? छलफल गर ।



यहाँ ΔABC को परिमिति थाहा पाउन तीनओटै भुजाको नाप थाहा पाउनुपर्छ । तीनओटा भुजा तथा त्यसको नाप निम्नानुसार छ :

भुजा		नाप
AB	=	c cm
BC	=	a cm
AC	=	b cm

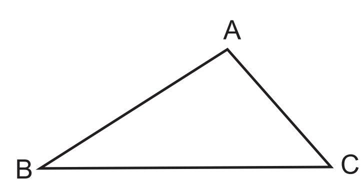
अब ΔABC को परिमिति = BC + AC + AB

= (a + b + c)cm

ΔABC को परिमिति = (a + b+ c)cm हुन्छ ।

अत : त्रिभुजको परिमिति भनेको तीनओटा भुजाको लम्बाइको योगफल हो ।

उदाहरण 1



दिइएको Δ ABC को परिमिति कति होला ?

यहाँ ΔABC का तीनओटै भुजाको नाप रुलरका सहायताले नाप ।

भुजाको नाप

AB = 3 cm

BC = 4cm

AC = 2cm

अब, ΔABC को परिमिति = AB + BC + AC

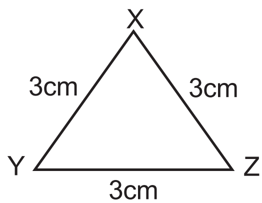
= 3cm + 4cm + 2cm = 9cm

त्रिभुज ABC को परिमिति = 9 cm.

उदाहरण 2

एउटा समबाहु त्रिभुजको एउटा भुजा 3 cm छ भने त्यस त्रिभुजको परिमिति निकाल ?

यहाँ,



ΔXYZ को परिमिति = XY + YZ + ZX

= 3cm + 3cm + 3cm

= 9cm

त्रिभुजको परिमिति = 9 cm.

उदाहरण 3

एउटा समबाहु त्रिभुजको परिमिति 150cm छ भने त्यस त्रिभुजको एउटा भुजाको लम्बाइ निकाल ।

यहाँ, त्रिभुजको परिमिति = 150 cm, भुजाको लम्बाइ (l) = ?

त्रिभुजको परिमिति = तिन ओटा भुजाको योगफल

अथवा, 150cm = $3l$ [$\because$ समबाहु त्रिभुजको परिमिति = $3l$]

अथवा, $l = \frac{\overset{50}{\cancel{150}}cm}{\cancel{3}} = 50cm$

$\therefore$ समबाहु त्रिभुजको एउटा भुजाको नाप = 50 cm छ ।

अभ्यास 5.1

1. **तल दिइएको नापको त्रिभुजको परिमिति निकाल :**

(i) AB = 5cm, BC = 3cm, AC = 4cm

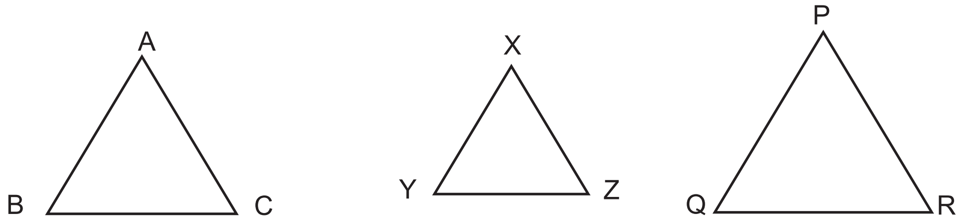
(ii) AB = BC = AC = 6cm

(iii) AB = 2.5cm, BC = 1.5cm, AC = 2.5cm

(iv) XY = 10m, YZ = 10m, ZX = 5cm

(v) AB = 3.5cm, BC = 2.5cm, AC = 1.5cm

2. **तलका त्रिभुजहरूको परिमिति नापेर निकाल :**



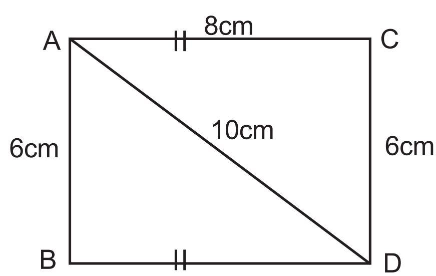
3. एउटा समबाहु त्रिभुजको परिमिति 18cm छ भने त्रिभुजका भुजाहरुको लम्बाइ कति होला ?

4. एउटा समबाहु त्रिभुजको परिमिति 42cm छ भने त्रिभुजका भुजाहरुको लम्बाइ कति हुन्छ ?

5. एउटा समबाहु त्रिभुजको परिमिति 60 से.मि. भए उक्त त्रिभुजको प्रत्येक भुजाको लम्बाइ लेख ।

6. एउटा त्रिभुजको परिमिति 20cm र त्यसका दुईओटा भुजाहरूको लम्बाइको योगफल 12cm छ भने बाँकी भुजाको लम्बाइ कति होला ?

7. **दिइएको चित्रमा बनेका △ABD र △ADC को परिमिति निकाल :**



8. एउटा समबाहु त्रिभुजको एउटा भुजाको लम्बाइ 5.4cm छ भने उक्त त्रिभुजको परिमिति कति हुन्छ ?

9. समद्विबाहु त्रिभुजमा बराबर लम्बाइ भएका दुई भुजामध्ये एउटा भुजाको नाप 4.6cm र त्रिभुजको परिमिति 15.2cm छ भने बाँकी भुजाको लम्बाइ कति होला ?

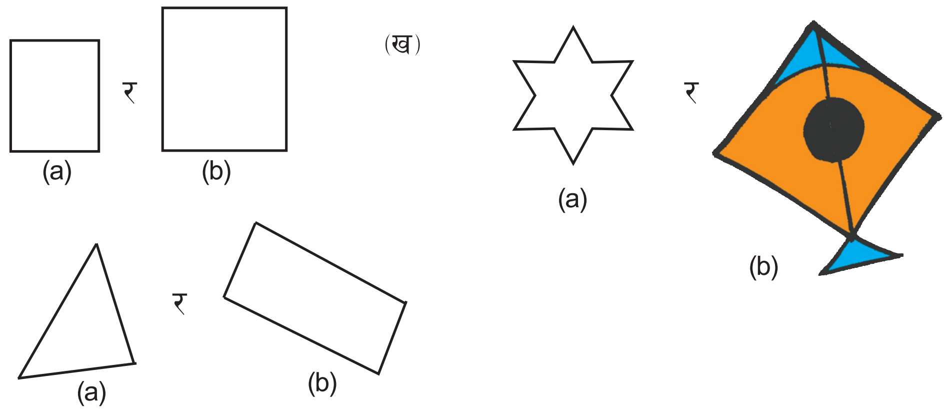
10. एउटा त्रिभुज ABC मा भुजाहरू AB र AC प्रत्येकको लम्बाइ 6 से.मि. र उक्त त्रिभुजको परिमिति 20 से.मि. छ । भुजा BC भुजा AB भन्दा कति लामो छ, लेख ।

5.2 क्षेत्रफल (Area)

(क) नियमित तथा अनियमित आकारको क्षेत्रफल (Area of regular and irregular shapes)

तल दिइएका आकृतिहरूमा कुनले समतल सतहमा बढी ठाउँ लिएको छ ?

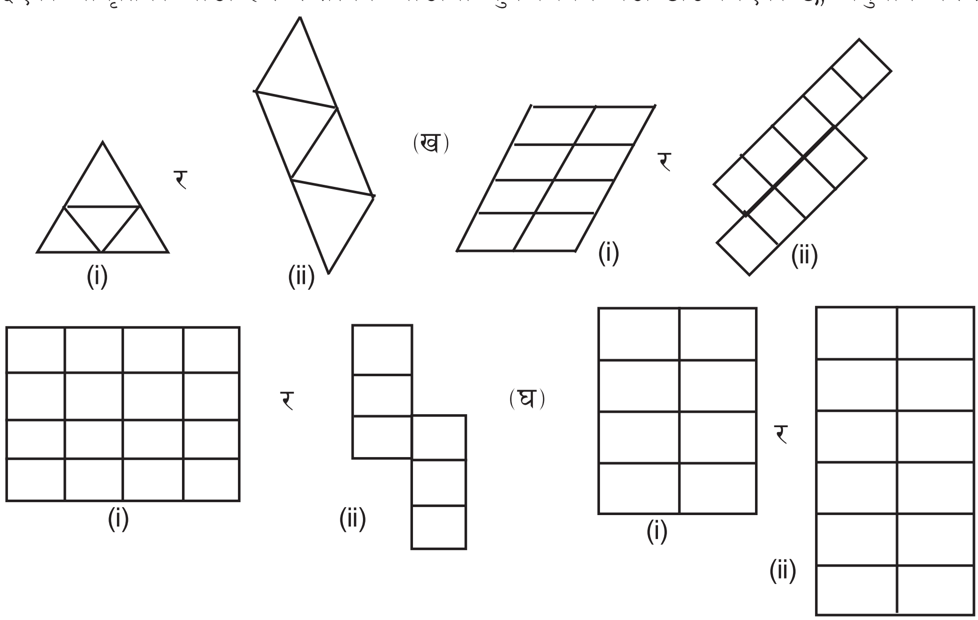
(क) (ख) (ग)



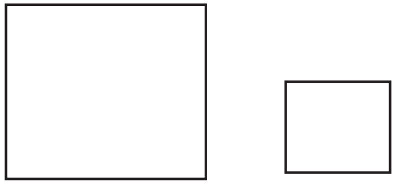
यहाँ (क) मा दिएका दुई आकृतिहरूको आकार उस्तै भए पनि (a) ले भन्दा (b) ले समतलमा बढी ठाउँ ओगटेको स्पष्ट देख्न सकिन्छ तर (ख) र (ग) मा फरक फरक आकृति भएकाले कुनले बढी ठाउँ लिएको छ सहजै भन्न कठिन छ । कुन आकृतिले बढी ठाउँ लिएको छ भन्ने कसरी थाहा पाइन्छ भन्ने विषयमा छलफल गरौँ ।

तल दिइएका आकृतिका जोडा हेर र प्रत्येक जोडामा कुन चित्रले बढी ठाउँ लिएको छ, अनुमान गर :

(क) (ख) (ग) (घ)



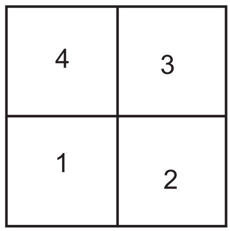
यहाँ सबै अवस्थामा तुलना गर्नुपर्ने वस्तुहरूमा उस्तै एकाइ र आधार प्रयोग भएकाले प्रत्येक जोडामा कुन ठुलो छ सहजै भन्न सकिन्छ, कसरी ?



(I) (II)

माथि दिइएका आकृतिहरूको क्षेत्रफल कुनको बढी हुन्छ ?

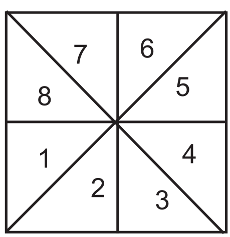
ठुलो आकृति छाप्न कतिओटा साना आकृति चाहिएला ?



यसरी 4 ओटा सानो आकृतिले ठुलो आकृति छाप्न सकिन्छ ।

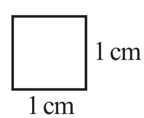
तसर्थ, आकृति (i) को क्षेत्रफल आकृति (ii) को क्षेत्रफलभन्दा 4 गुणा बढी छ ।

त्यसैगरी ◺ ले उक्त आकृति (i) छाप्न कति ओटा ◺ चाहिन्छ ?



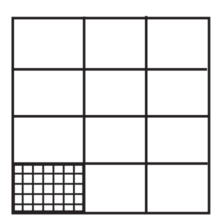
जम्मा 8 ओटा ◺ ले आकृति (i) छाप्न सकिन्छ ।

सँगैको चित्र 1 से.मि. x 1 से.मि.को वर्ग हो । यसलाई कुनै पनि वस्तुले समतलमा कति ठाउँ लिएको छ भनेर गणना गर्न वा थाहा पाउन प्रयोग गरिन्छ । यसलाई एक वर्ग से.मि. ($1cm^2$) लेखिन्छ ।



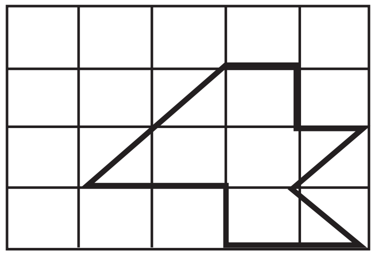
समतलमा वस्तुले लिएको ठाउँलाई त्यस वस्तुको क्षेत्रफल भनिन्छ । क्षेत्रफललाई वर्ग एकाइमा नापिन्छ । चित्रमा दिइएको आयतमा 1,1 cm^2 का वर्गाकार कोठा कति छन् ?

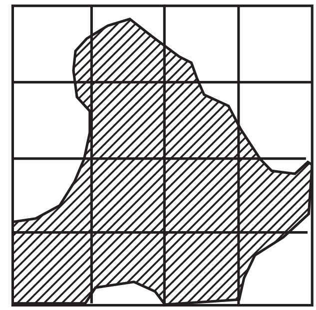
जम्मा वर्ग कोठा सङ्ख्या 12 ओटा छन् । त्यसैले यो आयतको क्षेत्रफल 12 वर्ग से.मि. (12 cm^2) हुन्छ ।



उदाहरण 1

तलका आकृतिको क्षेत्रफल एकाइ गनेर निकाल :

(क) 

(ख) 

उत्तर :

(क) सिङ्गो वर्गको सङ्ख्या = 4

आधा वर्गको सङ्ख्या = 4

4 ओटा आधा वर्गको कति ओटा सिङ्गो हुन्छ ?

4 आधा = 2 सिङ्गो

त्यसैले, क्षेत्रफल = (4 + 2) = 6

त्यसकारण, क्षेत्रफल = 6 वर्ग से.मि.

(ख) सिङ्गो वर्गको सङ्ख्या = 5

आधाभन्दा बढी वर्गको सङ्ख्या = 4

आधाभन्दा बढीलाई 1 गनेर आधाभन्दा कमलाई छोडेर गन्दा

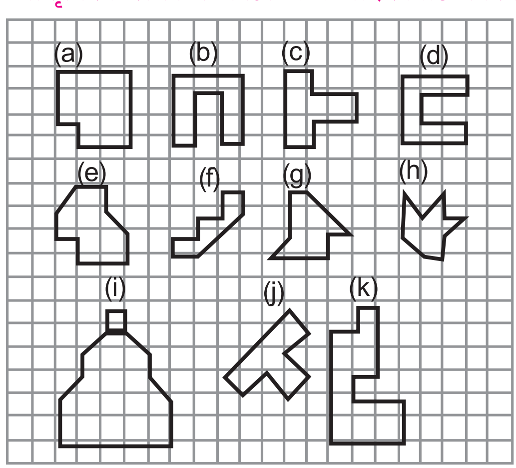
अनुमानित क्षेत्रफल =(5+4) = 9 वर्ग एकाइ

त्यसकारण, क्षेत्रफल = 9 वर्ग से.मि.

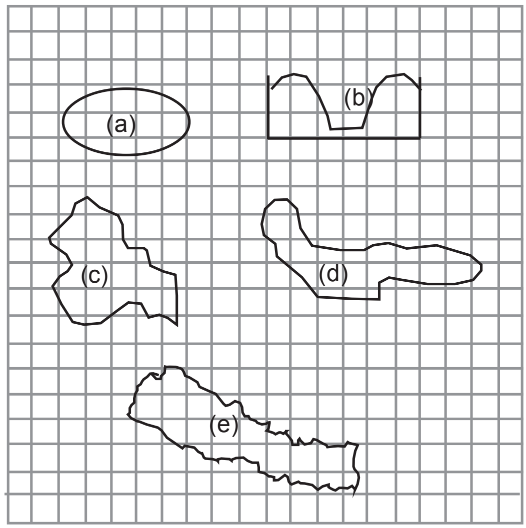
यसरी कोठा गन्ने तरिकाले नियमित तथा अनियमित आकारहरूको क्षेत्रफल निकाल्न सकिन्छ ।

अभ्यास 5.2

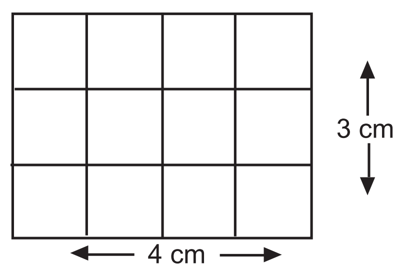
1. **तलका प्रत्येक आकृतिको क्षेत्रफल कोठा गन्ने तरिकाबाट निकाल :**



2. तलका प्रत्येक आकृतिको अनुमानित क्षेत्रफल निकाल (आधाभन्दा बढीलाई 1 गन । आधाभन्दा कमलाई छोडिदेऊ ।) :



(ख) आयतको क्षेत्रफल (Area of a Rectangle)



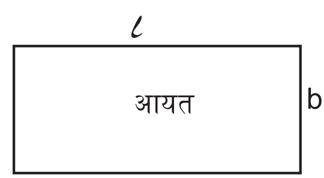
चित्रमा लम्बाइ 4cm र चौडाइ 3cm भएको एउटा आयत दिइएको छ । यसमा 1 cm^2 का कतिओटा वर्गहरू बन्छन् ? कोठाहरू बनाऊ ।

तेर्सोमा कतिओटा कोठा बने ? 4 ओटा (लम्बाइतिर)

ठाडोमा कतिओटा कोठामा बने ? 3 ओटा (चौडाइतिर)

त्यसैले, क्षेत्रफल = ल. x चौ.

= 4cm x 3cm = $12cm^2$



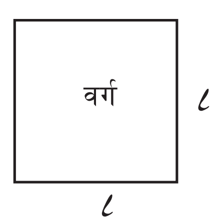
आयत तथा वर्गको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र,

आयतको क्षेत्रफल (A) = लम्बाइ (ℓ) x चौडाइ (b) हुन्छ ।

वर्ग आकृतिको क्षेत्रफल निकाल्दा लम्बाइ र चौडाइ बराबर हुन्छन् । त्यसैले लम्बाइ (ℓ) = चौडाइ (b) = ℓ हुँदा

वर्गको क्षेत्रफल (A) = $\ell \times \ell = \ell^2$

त्यसैले, वर्गको क्षेत्रफल (A) = ℓ^2 = $(\text{भुजा})^2$ हुन्छ ।



त्यसैले, आयतको क्षेत्रफल (A) = $\ell \times b$ र वर्गको क्षेत्रफल (A) = ℓ^2 हुन्छ ।

उदाहरण 1

लम्बाइ 5 cm र चौडाइ 4 cm भएको आयतको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

यहाँ,

लम्बाइ (ℓ) = 5 cm

चौडाइ (b) = 4 cm

क्षेत्रफल (A) = ?

अब आयतको क्षेत्रफलको सूत्र प्रयोग गर्दा, $A = \ell \times b = 5\ cm \times 4\ cm$

$\therefore$ आयतको क्षेत्रफल = $20\ cm^2$

उदाहरण 2

चौडाइभन्दा लम्बाइ दोब्बर भएको आयतको क्षेत्रफल $18m^2$ छ भने उक्त आयतको लम्बाइ र चौडाइ कति होला ?

यहाँ, चौडाइ = bm. र लम्बाइ = 2bm. (चौडाइभन्दा लम्बाइ दोब्बर भएकाले) र क्षेत्रफल $A = 18m^2$

अब, $A = \ell \times b$

अथवा, $18 = 2b \times b$

अथवा, $b^2 = \frac{18}{2}$

अथवा, $b^2 = 9$

$\therefore b = 3$ ($b^2 = 9$ भएकाले)

त्यसैले, लम्बाइ $\ell = 2b = 2 \times 3 = 6$

$\therefore$ लम्बाइ = 6m, चौडाइ = 3m

उदाहरण 3

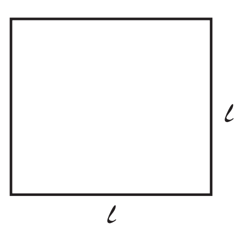
एउटा वर्गको क्षेत्रफल $9cm^2$ छ भने त्यसको लम्बाइ कति होला ?

यहाँ, $A = \ell^2$

$9 = \ell^2$

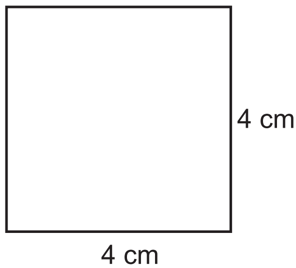
$3 = \ell$

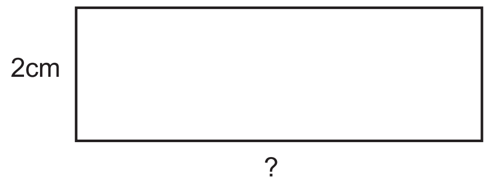
$\therefore$ लम्बाइ = 3cm हुन्छ ।



उदाहरण 4

एउटा वर्गको भुजाको नाप 4cm छ । 2cm चौडाइ भएको आयतको क्षेत्रफल सोही वर्गसँग बराबर छ भने आयतको लम्बाइ कति होला ?





यहाँ, वर्गको भुजा (ℓ)= 4cm

वर्गको क्षेत्रफल (A) = $\ell^2 = (4)^2 = 16\ cm^2$

फेरि, आयतको चौडाइ (b) = 2

लम्बाइ (ℓ) = ?

अब, $A = \ell \times b$

अथवा $16 = \ell \times 2$

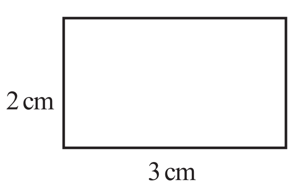
$\ell = \frac{16}{2} = 8$

आयतको लम्बाइ = 8 cm

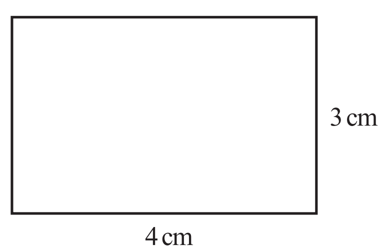
अभ्यास 5.3

1. **तल दिइएका प्रत्येक आकृतिको क्षेत्रफल निकाल :**

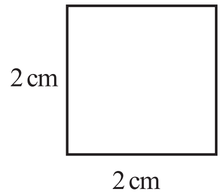
(a)



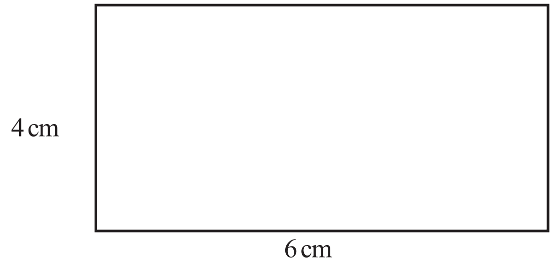
(b)



(c)

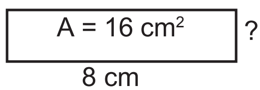


(d)

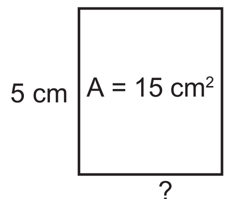


2. तल दिइएका प्रत्येक आकृतिको थाहा नभएको भुजाको मान निकाल :

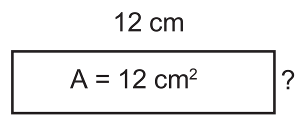
(a)



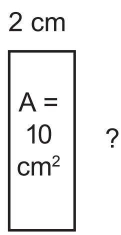
(b)



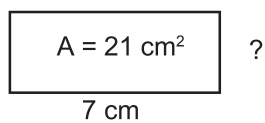
(c)



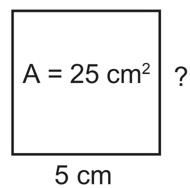
(d)



(e)

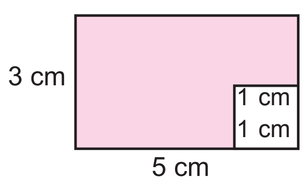


(f)

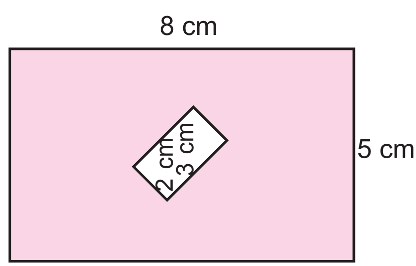


3. तल दिइएका चित्रहरूमा छाया परेको भागको क्षेत्रफल कति होला ?

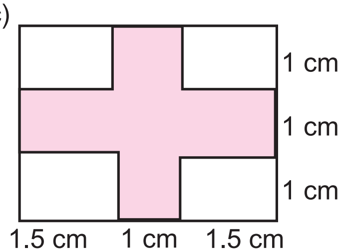
(a)



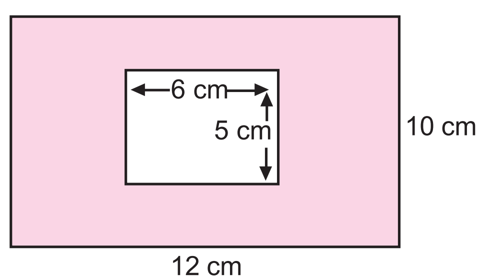
(b)



(c)



(d)



4. एउटा वर्गको एउटा भुजाको नाप 6 से.मि. छ भने यसको क्षेत्रफल र परिमिति निकाल ।

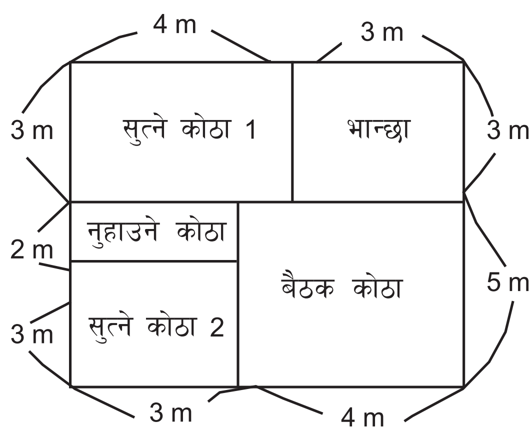
5. एउटा आयतको लम्बाइ चौडाइको तेब्बर छ । क्षेत्रफल $12cm^2$ भए त्यसको लम्बाइ र चौडाइ कति होला ?

6. एउटा वर्ग र आयतको क्षेत्रफल बराबर छ । वर्गको क्षेत्रफल $16cm^2$ र वर्गको भुजा, आयतको लम्बाइको आधा छ भने आयतको चौडाइ कति रहेछ ?

7. **चित्रमा एउटा घरको निर्माण योजना दिइएको छ :**

(a) बैठक कोठा, भान्छा, सुत्ने कोठा 1 र सुत्ने कोठा 2 को छुट्टाछुट्टै क्षेत्रफल निकाल ।

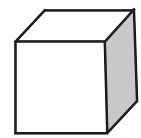
(b) घरले जम्मा कति क्षेत्रफलको जग्गा ओगटेको रहेछ ?



5.3 षड्मुखा र घनको आयतन (Volume of Cubiods and Cubes)

चित्र हेर र छलफल गर :

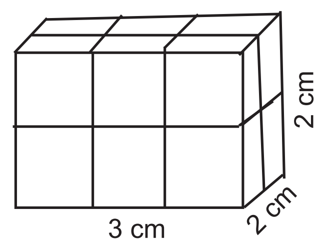
यस भाँडामा कति चामल अटाउँछ ?
एउटा चकको बट्टाले कति ठाउँ ओगट्छ ?
कुनै पनि वस्तुले ओगटेको ठाउँलाई त्यस वस्तुको आयतन भनिन्छ ।



चित्रमा देखाइए जस्तै ठुलो ब्लकमा रहेका साना साना ब्लकहरूको सङ्ख्या गन ।

ठुलो ब्लक = 12 ओटा साना ब्लकहरू हुन्छन् ।
सानो ब्लकको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ नाप ।

सानो ब्लकको लम्बाइ = 1 से.मि., चौडाइ = 1 से.मि. र उचाइ = 1 से.मि.



सानो ब्लकको आयतन = 1 घन से.मि. हुन्छ । ठुलो ब्लकमा 12 ओटा साना ब्लकहरू हुन्छन् । त्यसैले, ठुलो ब्लकको आयतन = 12 घन से.मि. हुन्छ ।
अब, ठुलो ब्लकको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ नाप ।

ठुलो ब्लकको लम्बाइ = 3 से.मि., चौडाइ = 2 से.मि., उचाइ = 2 से.मि. रहेको छ ।

त्यसैले, षड्मुखाको आयतन = लम्बाइ x चौडाइ x उचाइ

= 3 से.मि. x 2 से.मि. x 2 से.मि.

= 12 घन से.मि.

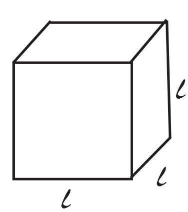
∴ षड्मुखाको आयतन = लम्बाइ x चौडाइ x उचाइ हुन्छ ।

घनको आयतन कसरी निकाल्न सकिन्छ, विचार गर ।
घनको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ बराबर हुन्छ ।

∴ आयतन = लम्बाइ x चौडाइ x उचाइ = ल. x ल. x ल.

= (लम्बाइ)^3

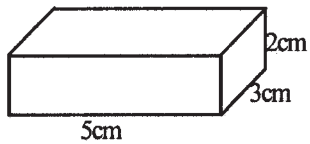
= l^3



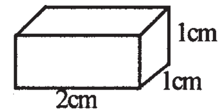
अभ्यास 5.4

1. तल दिएका वस्तुको आयतन कति होला ?

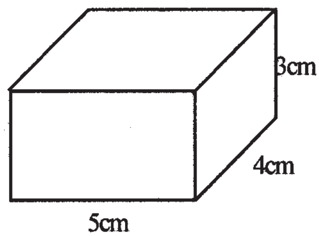
(a)



(b)



(c)



(d)

2. तल दिइएअनुसारका नाप भएका ठोसहरूको आयतन निकाल :

(a) लम्बाइ = 3 से.मि.

चौडाइ = 2 से.मि.

उचाइ = 5 से.मि. भएको षड्मुखा

(b) भुजा = 4 से.मि. भएको घन

3. लम्बाइ 4 से.मि., चौडाइ 3 से.मि. र उचाइ 2 से.मि. भएको षड्मुखाको आयतन निकाल ।

4. 5 से.मि. भुजा भएको घनको आयतन निकाल ।

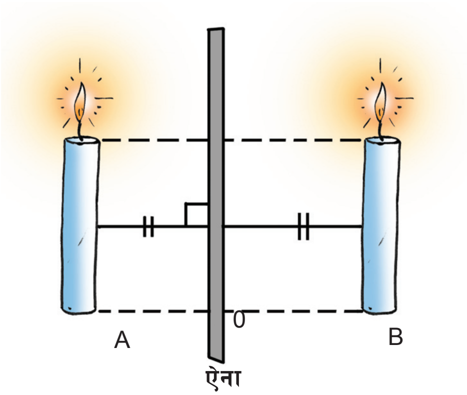
5. 512 घन से.मि. आयतन भएको एउटा घनाकार बट्टाको लम्बाइ कति होला ?

6. चौडाइको दुई गुणा लम्बाइ र 5 से.मि. उचाइ भएको षड्मुखाको आयतन 250 घन से.मि. भए षड्मुखाको लम्बाइ र चौडाइ निकाल ।

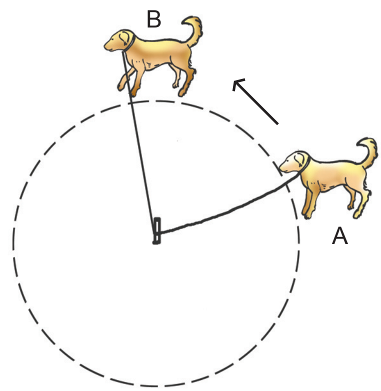
7. एउटा घनाकार वस्तुको आयतन 1331 घन से.मि. छ भने यसको एउटा भुजाको लम्बाइ कति होला ?

स्थानान्तरण (Transformation)

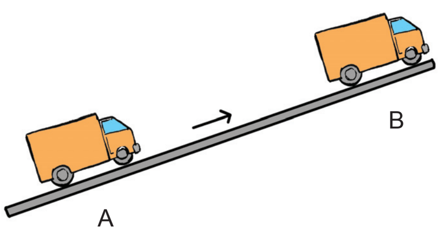
तलका चित्रहरू अवलोकन गर र तल दिइएअनुसारको परिवर्तन देखिन्छ कि देखिँदैन छलफल गर ।



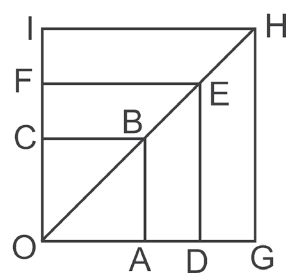
चित्र न. 1



चित्र न. 2



चित्र न. 3



चित्र न. 4

- चित्र न. 1 मा मैनबत्तीलाई ऐना अगाडि राख्दाको अवस्था A र ऐना पछाडिको अवस्था B छ । ऐनाबाट A र B बराबर दुरीमा हुन्छन् अथवा OA = OB छ ।
- चित्र न. 2 मा चउरमा एउटा किलामा डोरीले बाँधेर राखेको कुकुर डोरी तन्कने गरी घुम्दाको अवस्थाहरू हुन् ।
- चित्र न. 3 मा एउटा गाडी स्थान A बाट स्थान B मा पुग्दा निश्चित दिशामा दुरी पार गरेको अवस्था हो ।
- चित्र न. 4 मा वर्गहरू OABC, ODEF र OGHI को एउटै साझा शीर्षबिन्दु O छ । वर्ग ODEF, वर्ग OGHI को सानो (reduced) र वर्ग OABC को ठुलो (enlarged) अवस्था हो ।

यसरी माथिका चित्रहरूबाट हामी यो निष्कर्षमा पुग्छौँ ।

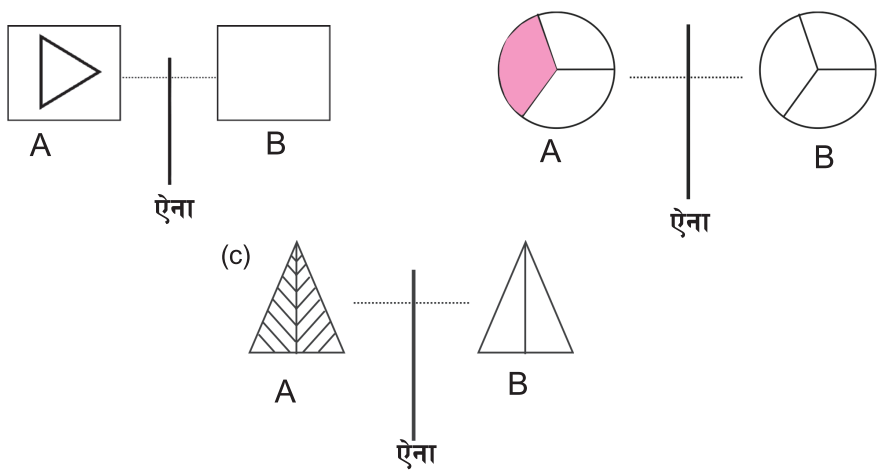
कुनै निश्चित नियममा रही कुनै वस्तुको स्थिति (Position) वा आकार (Size) मा परिवर्तन हुनुलाई उक्त वस्तुको स्थानान्तरण (Transformation) भन्दछन् ।

तिम्रो वातावरण वरिपरि भइरहेका यस्तै परिवर्तनहरूका बारेमा छलफल गर ।

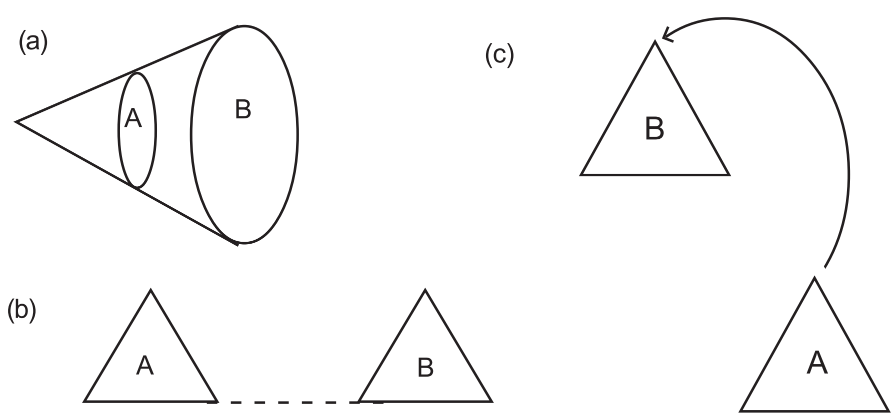
अभ्यास 6

1. **तल दिइएका चित्रहरू ऐना अगाडिको अवस्था A हो भने ऐनाभित्र देखिने अवस्था (B) कस्तो हुन्छ खिच ?**

(a)



2. **तल दिइएका चित्रहरूमा अवस्था A बाट अवस्था B मा जाँदा स्थिति, स्थान वा आकारमध्ये कुन कुनमा परिवर्तन भयो लेख ।**

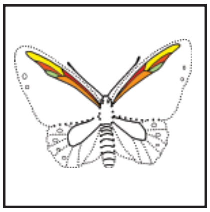
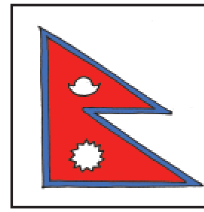


3. **साइकलको पाङ्ग्रा घुमाउँदा, रोटे पिङ खेल्दा, जाँतो घुमाउँदा, ढुङ्गा गुडाउँदाका अवस्थाहरूमा वस्तुमा के के परिवर्तन देख्छौ, छोटकरीमा लेख ।**

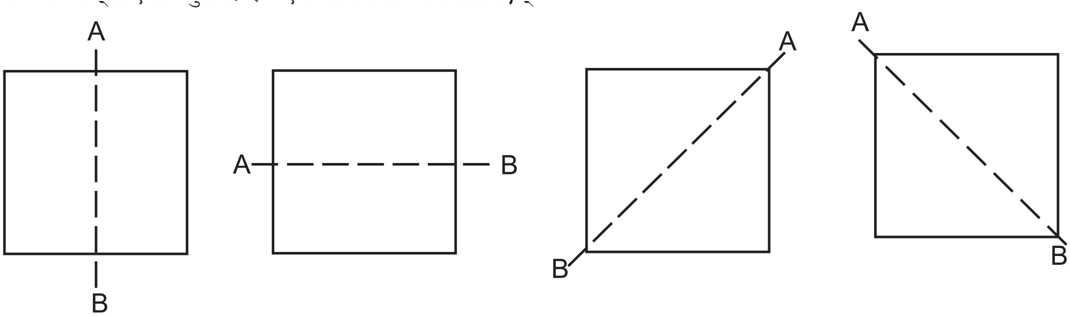
एकाइ 7 सममिति र टेसिलेसन (Symmetry and Tessellation)

7.1. सममितीय चित्रहरू (Symmetrical figures):

तल दिइएका चित्रहरू अवलोकन गर र के विशेषता देख्यौ आपसमा छलफल गर ।

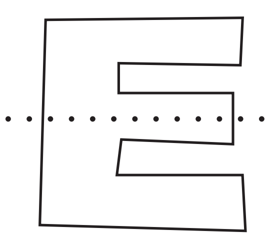
 

त्यस्तै, चार ओटा बराबर वर्गाकार कागजका टुक्राहरूलाई तल दिइएअनुसार रेखा AB बाट पट्याऊ । के ती पट्याएका टुक्राहरू एकआपसमा बराबर छन् ?

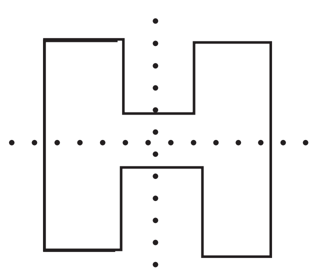


माथिका चित्रहरूमा प्रत्येक वर्गाकार कागजका टुक्रालाई रेखा AB बाट दुई बराबर भागमा पट्याउन सकिन्छ । यसरी दुई बराबर भागमा पट्याउन सकिने चित्रहरूलाई सममितीय चित्रहरू भनिन्छ । रेखा AB लाई सममितिको अक्ष (Axis of symmetry) भनिन्छ । एउटा वर्गाकार कागजलाई चार तरिकाले दुई बराबर भागमा विभाजन गर्दा चारओटा सममितीय अक्षहरू हुन्छन् । यस्तै एक अथवा एकभन्दा बढी सममितीय अक्षहरू भएका वस्तुहरू हाम्रो वातावरण वरिपरि पाइन्छन् कि पाइँदैनन् छलफल गर ।

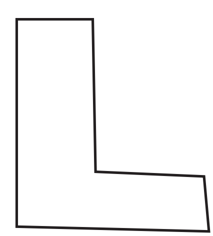
के सममिति अक्ष नभएका चित्रहरूका पनि उदाहरण दिन सक्छौ ?



एउटा सममिति अक्ष



दुईओटा सममिति अक्ष



सममिति अक्ष छैन

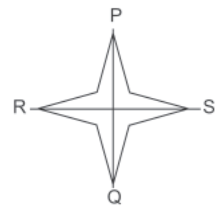
अभ्यास 7.1

1. **तल दिइएका सममितीय चित्रहरूका सममितीय अक्षहरूको नाम लेख ।**

(a)

(b)

(c)

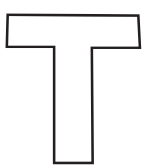


2. तिम्रो घर अथवा स्कुलमा भएका कुनै तीनओटा सममितीय वस्तुहरूको नाम लेख ।

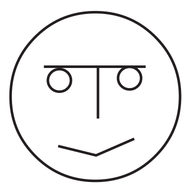
3. तिम्रो स्कुल अथवा घर वरिपरि भएका बास्केटबल कोर्ट, फुटबल ग्राउन्ड र भलिबल कोर्ट आदि सममितीय चित्रका उदाहरण हुन् वा होइनन् लेख ।

4. तल दिइएका प्रत्येक चित्रमा डट्लाइन प्रयोग गरी सममितिको अक्षरेखा खिच । कुन कुन चित्रमा सममिति अक्षरेखा एउटाभन्दा बढी हुन्छ ?

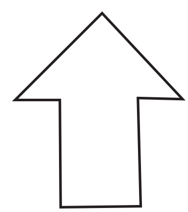
(a)



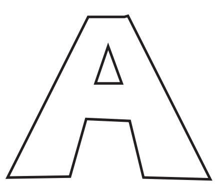
(b)



(c)

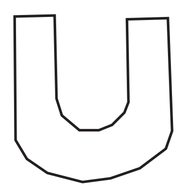


(d)

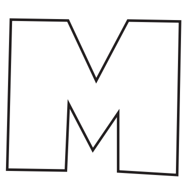


(e)

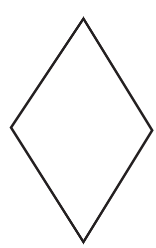
(f)



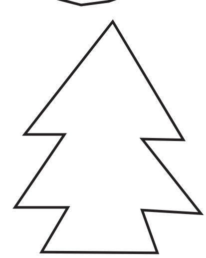
(g)



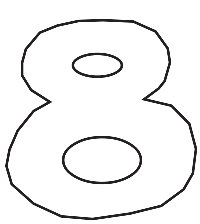
(h)



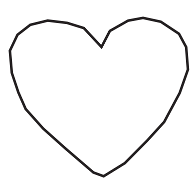
(i)



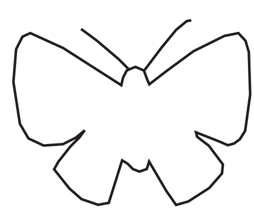
(j)



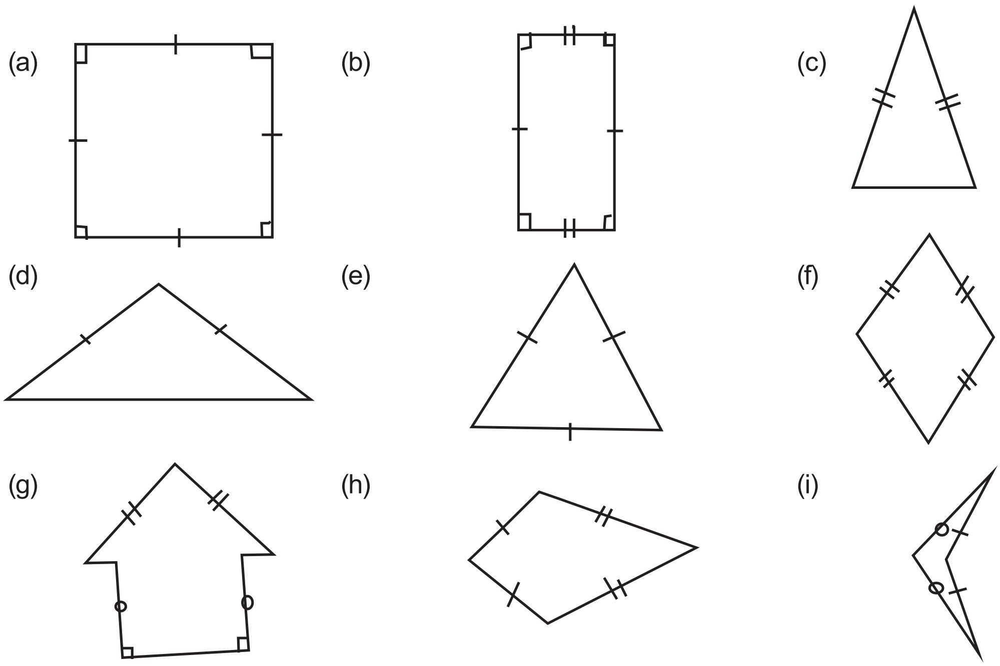
(k)



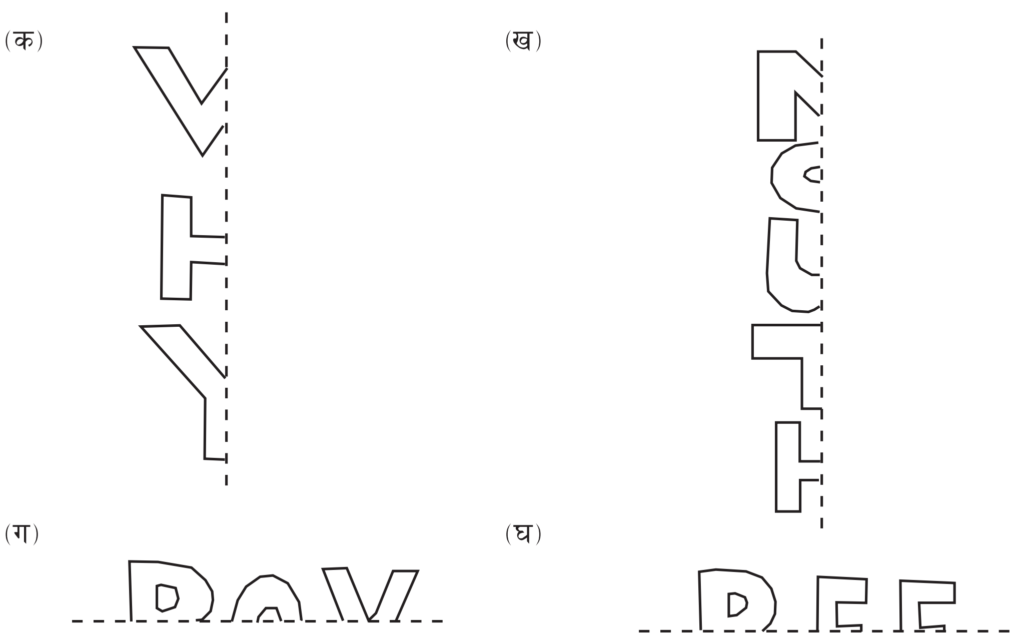
(l)



5. तल दिइएका प्रत्येक ज्यामितीय आकृतिको डट्लाइन प्रयोग गरी सममितिको अक्ष खिच :



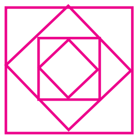
6. तलका अङ्ग्रेजी अक्षर पूरा गर (के के शब्द बन्छन् लेख) :



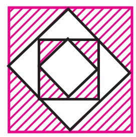
7.2 बहुभुजका ढाँचाहरू

बहुभुजहरूभित्र बहुभुजहरू खिचेर वा एउटा बहुभुजलाई अरू धेरै बहुभुजमा विभाजन गरेर विभिन्न रङ प्रयोग गरी आकर्षक रूपरेखा वा ढाँचा बनाउन सकिन्छ । केही यस्ता ढाँचाहरू तल दिइएका छन् । यस्तै प्रकारका ढाँचा बनाएर कक्षाकोठा वा घरमा सजाउने प्रयास गर ।

वर्गको ढाँचा



रङ नभर्दा

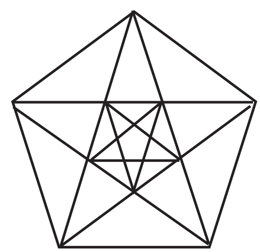


रङ भर्दा

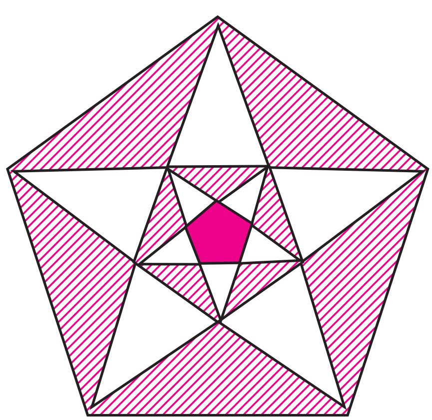
प्रत्येक नयाँ वर्गको भुजाको मध्यबिन्दु जोड्दै जाँदा असङ्ख्य वर्गहरू बन्दै जान्छन् । यही प्रक्रियाका ढाँचाहरू समबाहु त्रिभुज तथा अन्य बहुभुजका पनि बनाउन सकिन्छ । प्रयास गरेर हेर ।

पञ्चभुजको ढाँचा

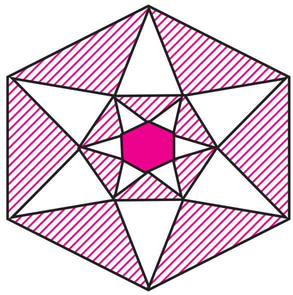
पञ्चभुजको भुजालाई बाहिर लम्ब्याउँदा तारा बन्छ । यस्तो ताराभित्र अरू ताराहरू बनाउँदै जान सकिन्छ र रङ भरेर आकर्षक रूपरेखा बनाउन सकिन्छ ।



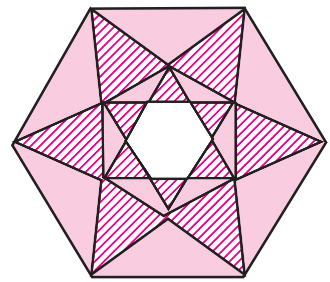
तलको चित्रलाई रङ्गाएर देखाइएको छ । यस्तै फरक फरक डिजाइन तयार गरी हेर ।



षड्भुजका ढाँचाहरू



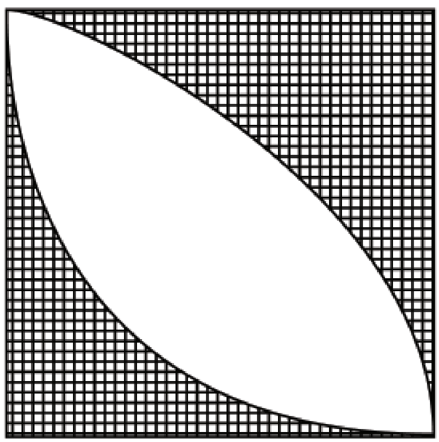
षड्भुजभित्र षड्भुजहरू



षड्भुजभित्र त्रिभुजहरू

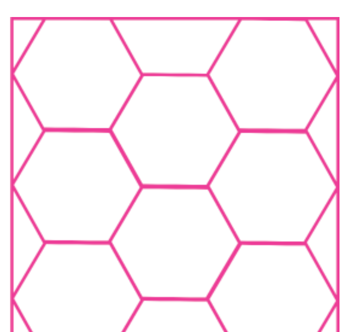
जम्मा कति छन्, गनी हेर ।

वर्गभित्रका रेखाहरू जोडी तलको जस्तै चित्र बनाउने प्रयास गर ।



यस्तै प्रकारका रेखीय नमुना वा ढाँचा त्रिभुज, चतुर्भुज एवम् बहुभुजभित्र खिची हेर । कस्ता कस्ता डिजाइनहरू बन्दा रहेछन् ?

अभ्यास 7.2



1. दिइएको ढाँचामा कतिओटा नियमित षड्भुजहरू छन् ? लेख ।
2. दिइएको ढाँचा जस्तै अन्य थप दुई ढाँचाहरू बनाऊ ।
3. तिम्रो घरमा प्रयोग गरिने बाथरुमका टायल, कार्पेट, दरी, ढोकामा बनाइएका चित्रहरू, फुटबल, भलिबल आदिमा बनाइएका चित्रहरूमा पनि के यस प्रकारका ढाँचाहरू छन्, लेख ।

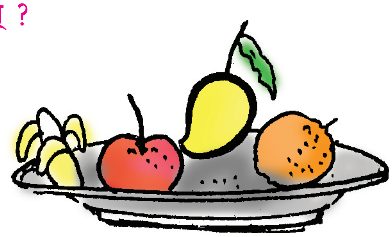
एकाइ 8 समूह (Sets)

8.1 समूहको परिचय

तल दिइएका उदाहरणहरू अध्ययन गर :

(क) रिकापीमा के के छन् ?

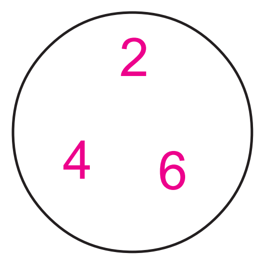
एउटा केरा छ । एउटा आँप छ ।
एउटा स्याउ छ । एउटा सुन्तला छ ।



यी सबै फलफूल हुन् ।

यो एउटा रिकापीमा भएका फलफूलहरूको समूह (Set) हो ।

(ख) घेराभित्र कस्ता अङ्कहरू छन् ?



2 एउटा जोर सङ्ख्या हो ।

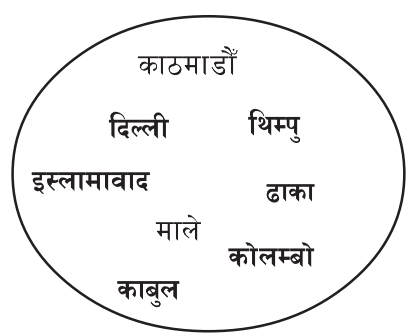
4 एउटा जोर सङ्ख्या हो ।

6 पनि एउटा जोर सङ्ख्या हो ।

यी सबै 7 भन्दा साना जोर सङ्ख्याहरू हुन् ।

यो 7 भन्दा साना जोर सङ्ख्याहरूको समूह हो ।

(ग) घेराभित्रका स्थानहरूलाई केको समूह भन्न सकिन्छ ?



नेपालको राजधानी काठमाडौँ हो ।

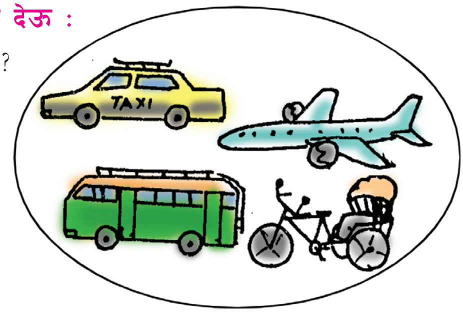
भारतको राजधानी दिल्ली हो ।

त्यस्तै थिम्पु, ढाका, इस्लामावाद, माले, कोलम्बो र काबुल क्रमशः भुटान, बङ्गलादेश, पाकिस्तान, माल्दिभ्स, श्रीलङ्का र अफगानिस्तानका राजधानीहरू हुन् ।

यो सार्क (SAARC) राष्ट्रहरूका राजधानीहरूको समूह हो ।

(घ) **सँगैको चित्र हेर र निम्न लिखित प्रश्नहरूका उत्तर देऊ :**

- चित्रमा दिइएका वस्तुहरू केको सङ्कलन हो ?
- यो केको समूह हो ?



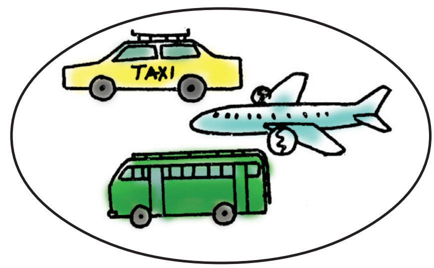
चित्रमा दिइएका वस्तुहरू यातायातका साधनहरूको समूह हो ।

(ङ) **माथि दिइएको समूहबाट रिक्सा निकाल : फेरि अर्को समूह बन्छ ?**

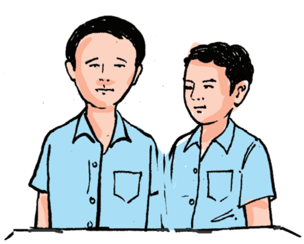
कस्तो समूह बन्छ ?

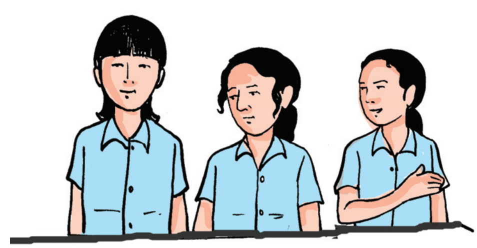
यो इन्धनबाट चल्ने यातायातका साधनहरूको समूह हो ।

यी समूहबाट हवाईजहाज निकाल्दा कस्तो समूह बन्छ ? छलफल गर ।

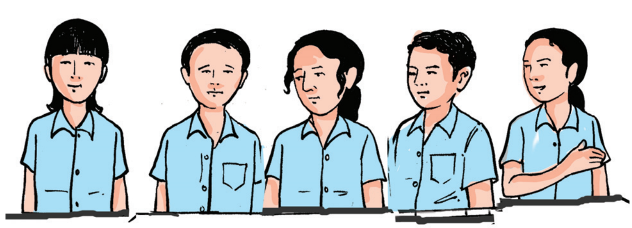


(च) **उमेश, विमला, शान्ति, शीला र राजु कक्षा 6 को पहिलो बेन्चमा बस्ने पाँच जना विद्यार्थीहरू हुन् । शिक्षकले भन्नुभयो, तिमीहरूमध्ये उमेश र राजु एकातिर बस तथा विमला, शान्ति र शीला अर्कोतिर बस । यसरी बस्दा के केको समूह बन्छ ? छलफल गर ।**





शिक्षकले विद्यार्थीहरूलाई अग्लोदेखि होचोको क्रममा उभिन लगाउनुभयो ।



अब, शिक्षकले भन्नुभयो, "तिमीहरूले अग्ला विद्यार्थीहरूको मात्रै एउटा समूह बनाऊ ।"

अग्ला विद्यार्थीहरूको समूहमा को को बस्ने ?

विद्यार्थीहरू अलमलिए ।

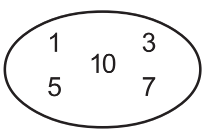
विमला सबभैन्दा अग्ली छिन् । ऊ त्यो समूहमा पर्छिन् । शीलाचाहिँ शान्तिभन्दा अग्ली छिन् तर उनी राजुभन्दा होची छिन् । शीला यो समूहमा पर्छिन् वा पर्दिनन् ? त्यस्तै अरू नि ? तसर्थ, अग्ला विद्यार्थीहरू को को हुन् निश्चित गर्न सकिँदैन । त्यसैले यस्ता सङ्कलनलाई समूह भन्न सकिँदैन ।

यदि सङ्कलनमा कुनै वस्तु पर्छ कि पर्दैन भनी किटान गर्न सकिन्छ भने त्यस्ता सङ्कलनलाई परिभाषित (well-defined) सङ्कलन भनिन्छ । वस्तुहरूको परिभाषित सङ्कलनलाई समूह भनिन्छ ।

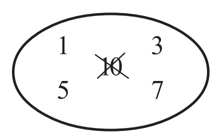
माथि उदाहरण (क) मा दिइएका केरा, स्याउ, आँप र सुन्तला फलफूलहरूको समूहका सदस्यहरू (members) हुन् । त्यस्तै, उदाहरण (ख) मा 2, 4 र 6, 7 भन्दा साना जोर सङ्ख्याहरूको समूहका सदस्यहरू हुन् ।

उदाहरण 1

समूहमा नमिल्ने एउटालाई क्रस (X) गर । त्यसपछि कस्तो (केको) समूह बन्छ, लेख ।



उत्तर



यहाँ 1, 3, 5, 7 बिजोर सङ्ख्याहरू हुन् ।

10 एउटा जोर सङ्ख्या हो ।

यसबाट 10 निकालेपछि 8 भन्दा साना बिजोर सङ्ख्याहरूको समूह बन्छ ।

उदाहरण 2

तल दिइएका मध्ये परिभाषित भएका सङ्कलनमा ठिक (√) र नभएकामा बेठिक (X) चिह्न लगाऊ ।

(i) कक्षा 6 का बिस्तारै अक्षर लेख्ने विद्यार्थीहरू ।

(ii) अङ्ग्रेजी अक्षर J बाट सुरु हुने अङ्ग्रेजी महिनाका नामहरू ।

उत्तर

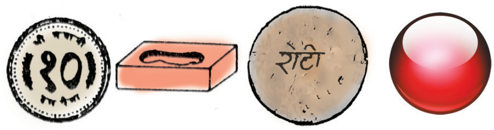
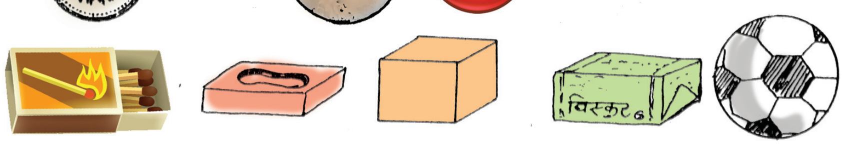
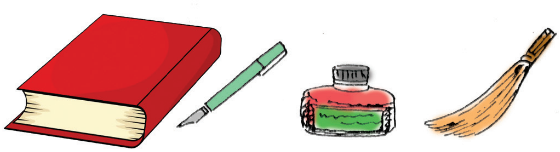
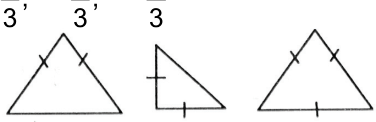
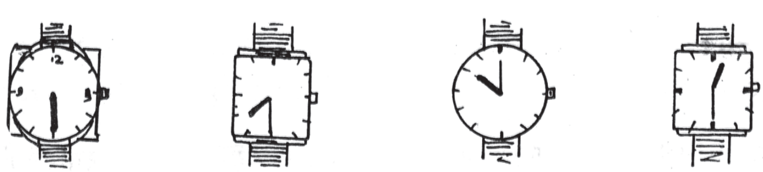
(i) (X) किनभने, यहाँ कति छिटो लेख्ने विद्यार्थीलाई चाँडो र कति लेख्न नसक्नेलाई ढिलो लेख्ने विद्यार्थी भन्ने स्पष्ट छैन । त्यसकारण, यो समूह परिभाषित छैन ।

(ii) (√) किनभने, J बाट सुरु हुने अङ्ग्रेजी महिनाहरू स्पष्ट छन् । ती महिनाहरू January, June र July हुन् ।

अभ्यास 8.1

तल प्रत्येक समूह (1-15) मा दिइएका मध्ये नमिल्ने एउटालाई क्रस (X) गर । त्यसपछि बाँकी केको समूह बन्छ, लेख ।

1. आइतबार, सोमबार, मङ्गलबार, बुधबार, बिहीबार, श्रावण, शुक्रबार, शनिबार ।
2.

3. नेपाल, चिन, भारत, भुटान, बङ्गलादेश, माल्दिभ्स, पाकिस्तान, श्रीलङ्का, अफगानिस्तान ।
4. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 17
5. 8 27 64 100
6. 
7. 
8. 
9. 2, 3, 5, 7, 10, 11
10. 10, 15, 20, 25, 30, 32
11. $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$
12. 
13. 

6:30 7:30 10:00 12:30

14. x^2+2x, $2x+3y$, $2a+3b+4c$, $5p-10q$

15. a, e, i, o, p, u

16. **निम्नलिखित सङ्कलन मध्ये ठिक परिभाषित सङ्कलनलाई (√) र नभएकालाई (x) चिह्न लगाऊ :**

(क) लामो केश हुने केटीहरूको समूह ।

(ख) एउटा विद्यालयमा कक्षा 6 मा पढाउने शिक्षकहरूको समूह ।

(ग) तिखो स्वरले कराएर पढाउने शिक्षकहरूको समूह ।

(घ) तिम्रो विद्यालयमा भलिबल खेल्ने विद्यार्थीहरूको समूह ।

8.2 समूहको सङ्केत तथा समूहलाई जनाउने तरिका

समूहका सङ्केत (Notation of a set)

सामान्यतया समूहहरूलाई अङ्ग्रेजी वर्णमालाको ठूला अक्षरहरू (capital letters) A, B, C, D, ..., X, Y, Z आदिले जनाउने गरिन्छ । समूहका प्रत्येक सदस्यलाई अल्पविराम (,) बाट छुट्याइन्छ र सबै सदस्यहरूलाई मझौला कोष्ठ { } भित्रै राखिन्छ, जस्तै :

A = { केरा, स्याउ, आँप, सुन्तला }

समूहहरूलाई जनाउने तरिका (Methods of describing Sets)

समूहलाई निम्न लिखित तिन तरिकाले जनाउने गरिन्छ :

व्याख्या विधि (describing method)	सूचीकरण विधि (listing method)	समूह निर्माण विधि (set builder method)
D = {हप्ताका सात बारहरूको समूह}	D = {आइतबार, सोमबार, मङ्गलबार, बुधबार, बिहीबार, शुक्रबार, शनिबार}	D = {x : x हप्ताको एउटा बार हो ।}
V = {अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वरहरू (Vowels) को समूह}	V = { a, e, i, o, u }	V = {x : x अङ्ग्रेजी वर्णमालाको स्वर हो ।}
A = {5 भन्दा ठुला र 20 भन्दा साना बिजोर सङ्ख्याहरूको समूह}	A = { 7,9,11,13,15,17,19 }	A = { x : x, 5 भन्दा ठुलो 20 भन्दा सानो एउटा बिजोर सङ्ख्या हो ।}

(क) **व्याख्या विधि :** समूहमा पर्ने वस्तुहरू वा सदस्यहरूको गुणलाई विचार गरी शब्द वा वाक्यद्वारा अभिव्यक्त गरिन्छ । यसमा शब्द वा वाक्यको नै प्रयोग गरिन्छ ।

(ख) **सूचीकरण विधि** : समूहका सदस्यहरूलाई मझौला कोष्ठ { } भित्र अल्पविरामले छुट्याएर राखिन्छ ।

(ग) **समूह निर्माण विधि** : यसमा कुनै एउटा समूहका सदस्यहरूको साझा गुणका आधारमा उक्त चलको व्याख्या गरिन्छ । माथिको उदाहरणमा x लाई वारका नामको ठाउँमा राखिएको छ । यो एउटा चल हो । यस्तो (:) चिह्नले भनेको अर्थात् such that बुझाउँछ, जस्तै : पहिलो छ ओटा गन्ती सङ्ख्याहरू (Counting Numbers) को समूह

C = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

पहिलो 5 सम्मका गन्ती सङ्ख्याहरूको समूहलाई तल दिइएअनुसार पनि लेख्न सकिन्छ :

{1, 2, 3, 4, 5}, {1, 3, 4, 2, 5} वा {2, 3, 1, 5, 4}

द्रष्टव्य : मझौला कोष्ठ { } भित्र समूहका सदस्यहरूलाई जुनसुकै क्रम (order) मा पनि लेख्न सकिन्छ ।

अर्को उदाहरण हेरौँ, दुई लाख पैँतालिस हजार चार सय पच्चिस (2,45,425) लेख्दा प्रयोग भएका अङ्कहरूको समूह N लेख्दा,

N = {2, 4, 5}

अथवा N = {4, 2, 5}

अथवा N = {5, 2, 4}

coffee शब्द लेख्दा प्रयोग भएका अङ्ग्रेजी वर्णमालाका अक्षरहरूको समूह W बनाउँदा,

W = {c, o, f, e} हुन्छ तर W = {c, o, f, f, e, e} लेख्ने चलन छैन ।

द्रष्टव्य : मझौला कोष्ठ { } भित्र समूहका कुनै पनि सदस्यलाई एक पटकभन्दा बढी दोहोऱ्याएर लेखिँदैन । कुनै पनि समूहलाई अङ्ग्रेजी वर्णमालाका ठुला अक्षर (Capital Letter) ले जनाउने गरिन्छ भने समूहका सदस्यहरूलाई सानो अक्षर (Small Letter) वा ठुलो अक्षर दुवैले जनाइन्छ । जस्तै : अङ्ग्रेजी अक्षरका स्वरहरूको समूह, V = {a, e, i, o, u} लेखिन्छ ।

उदाहरण 1

यदि P ले सौर्य परिवारका आठ ओटा ग्रहहरूको समूह जनाउँछ भने सूचीकरण विधिबाट समूह बनाऊ र समूह निर्माण विधिबाट पनि लेख ।

उत्तर

सूचीकरण विधिबाट,

P = {बुध, शुक्र, पृथ्वी, मङ्गल, बृहस्पति, शनि, अरुण, वरुण}

समूह निर्माण विधिबाट,

P = {x : x सौर्य परिवारको एउटा ग्रह हो ।}

उदाहरण 2

दिइएको समूहलाई शब्दमा व्याख्या गरी व्यक्त गर :

T = {समकोणी त्रिभुज, न्यूनकोणी त्रिभुज, अधिककोणी त्रिभुज}

उत्तर

T = {कोणको आधारमा वर्गीकरण गरिएका त्रिभुजहरूको समूह}

उदाहरण 3

J तीन अङ्कले बनेको सबैभन्दा सानो र सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्याहरूको समूह हो भने यसलाई सूचीकरण विधिबाट लेख ।

उत्तर

J = {100, 999} हुन्छ ।

अभ्यास 8.2

तल दिइएका प्रत्येक समूहलाई सूचीकरण तरिकाबाट लेख :

1. नेपालका 7 प्रदेशहरूको समूह ।
2. घडीको डायलमा भएका सङ्ख्याहरूको समूह ।
3. 12 महिनाका नेपाली नामहरूको समूह ।
4. नेपालको राष्ट्रिय झन्डामा प्रयोग गरिएका रङहरूको नामको समूह ।
5. कक्षा 6 मा पढ्नुपर्ने विषयहरूको समूह ।
6. 10 भन्दा साना बिजोर सङ्ख्याहरू (Odd numbers) को समूह ।
7. 50 सम्मका 5 ले नि:शेष भाग जाने सङ्ख्याहरूको समूह ।

8. 20 सम्मका रूढ सङ्ख्याहरू (Prime numbers) को समूह ।

9. 20 सम्मका संयुक्त सङ्ख्याहरू (Composite numbers) को समूह ।

10. 20 भन्दा साना 3 ले नि:शेष भाग जाने सङ्ख्याहरूको समूह ।

11. 1 देखि 50 बिचका एकको स्थानमा 4 आउने सङ्ख्याहरूको समूह ।

12. 10 देखि 50 बिचका 5 ले भाग गर्दा 2 शेष आउने सङ्ख्याहरूको समूह ।

13. L = {3, 6, 9, 12, 15, 18} का सबै सदस्यलाई 3 ले भाग गर्दा आउन भागफलहरूको समूह ।

14. 15 र 25 दुवैलाई नि:शेष भाग जाने सङ्ख्याको समूह ।

15. **यदि A = {1, 2, 3, 4, 5} भए तलका समूहहरूको सूची तयार पारी देखाऊ :**

(i) B = समूह A का प्रत्येक सदस्यबाट 1 घटाउँदा बन्ने समूह ।

(ii) C = समूह A का प्रत्येक सदस्यलाई 3 ले गुणन गर्दा बन्ने समूह ।

(iii) D = समूह A मा भएका जोर सङ्ख्याहरूको समूह ।

(iv) E = समूह A मा भएका बिजोर सङ्ख्याहरूको समूह ।

(v) F = समूह A मा भएको सबैभन्दा सानो र सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्याको समूह ।

16. **तल दिइएका प्रत्येक समूहलाई शब्दमा व्याख्या गरेर लेख :**

(i) R = {I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X}

(ii) C = {10, 12, 14, 16, 18, 20}

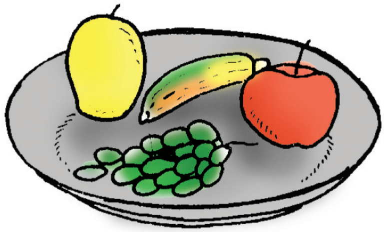
(iii) O = {21, 23, 25, 27, 29}

(iv) E = {a, b, c, d, e}

(v) U = {mm, cm, m, km}

17. प्रश्न नं. 1 देखि 10 सम्मका समूहलाई समूह निर्माण विधिबाट लेख ।

8.3 समूहको सदस्यता (membership of a sets)



(क) रिकापीमा भएका फलफूलहरूको समूहलाई F भनौँ ।

F = {आँप, केरा, स्याउ, अङ्गुर}

(i) यो समूहमा आँप छ ।

त्यसैले, आँप ∈ {आँप, केरा, स्याउ, अङ्गुर}

अर्थात्, आँप ∈ F

त्यस्तै, यो समूहमा केरा पनि छ ।

(ii) त्यसैले, केरा ∈ {आँप, केरा, स्याउ, अङ्गुर}

अर्थात्, केरा ∈ F

आँप, केरा, स्याउ र अनार F समूहका सदस्यहरू हुन् । तर यो समूहमा सुन्तला छैन ।

(iii) सुन्तला ∉ {आँप, केरा, स्याउ, अङ्गुर}

अर्थात्, सुन्तला ∉ F

अर्थात्, सुन्तला समूह F मा पर्दैन ।

सुन्तला समूह F को सदस्य होइन ।

(ख) V = {a, e, i, o, u}

a समूह V को एउटा सदस्य हो, त्यसैले a ∈ V तर b ∉ V, b समूह V को सदस्य होइन ।

o समूह V को एउटा सदस्य हो, त्यसैले o ∈ V c ∉ V, c समूह V को सदस्य होइन ।

चिह्न ∈ ले सदस्य हो अथवा समूहमा पर्दछ भन्ने जनाउँछ ।

चिह्न ∉ ले सदस्य होइन अथवा समूहमा पर्दैन भन्ने जनाउँछ ।

उदाहरण 1

खाली ठाउँमा ∈ वा ∉ मध्ये मिल्ने चिह्न लेख :

(i) 3.......... {1, 2, 3, 4}　　　(ii) 5............ {1, 2, 3, 4}

(iii) H = { हप्तामा सबै विद्यालय बन्द हुने दिनहरूको समूह }

मङ्गलबार .... H

शनिबार .... H

उत्तर

(i) यस समूहमा 3 पर्छ, त्यसैले 3 यो समूहको सदस्य हो ।

$3 \in \{1, 2, 3, 4\}$

(ii) यस समूहमा 5 पर्दैन, त्यसैले 5 यो समूहको सदस्य होइन ।

$5 \notin \{1, 2, 3, 4\}$

(iii) मङ्गलबार विद्यालय बन्द हुँदैन । त्यसैले मङ्गलबार H समूहको सदस्य होइन । त्यसैले मङ्गलबार $\notin$ H

शनिबार विद्यालय बन्द हुन्छ । त्यसैले शनिबार H समूहको सदस्य हो । अर्थात् शनिबार $\in$ H

उदाहरण 2

यदि, P = {घरपालुवा जनावरहरूको समूह} र

W = {जङ्गली जनावरहरूको समूह} हुन् भने -

निम्नलिखित भनाइमध्ये ठिक भए (T) र बेठिक भए (F) लेख :

(i) कुकुर $\in$ W (ii) स्याल $\notin$ P (iii) गाई $\in$ P (iv) बाघ $\notin$ W

उत्तर

(i) F, कुकुर जङ्गली जनावर होइन ।

(ii) T, स्याल घरपालुवा जनावर होइन ।

(iii) T, गाई घरपालुवा जनावर हो ।

(iv) F, बाघ जङ्गली जनावर हो ।

अभ्यास 8.3

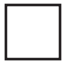
1. **खाली ठाउँमा $\in$ वा $\notin$ चिह्नमध्ये मिल्ने चिह्न लेख :**

(i) 5 .... {1, 2, 3, 4, 5}

(ii) 6 .... {1, 2, 3, 4, 5}

(iii) 5 .... {3, 5, 7, 11}

(iv) 9 .... {1, 3, 5, 7, 11}

(v)  .... { }

(vi) cm .... {mm, cm, m, km}

2. W ले तौलेर बेचिने वस्तुहरूको समूह जनाउने भए खाली ठाउँमा ∈ वा ∉ मध्ये मिल्ने लेख :

(i) आलु .... W (ii) तेल .... W

(iii) चिनी .... W (iv) कपडा .... W

(v) मासु .... W (vi) फूल .... W

3. ठिक भए (T) वा बेठिक भए (F) लेख :

(i) यदि S ले सार्क राष्ट्रहरूको समूह जनाउँछ भने,

नेपाल ∉ S, ... भुटान ∈ S .... चीन ∈ S ....

थाइल्यान्ड ∉ S, ... बर्मा ∈ S .... बङ्गलादेश ∈ S ......

(ii) यदि C ले सबै देशका राजधानीहरूको समूह बुझाउँछ भने,

दिल्ली ∈ C, ..., काठमाडौँ ∈ C, ... बेइजिङ ∉ C ....

कराँची ∈ C, ..., ढाका ∈ C,......... थिम्पू ∈ C ....

(iii) यदि P = {माछा, मासु, फूल, दुध, गेडागुडीहरू} भए,

दुध ∈ P, ..., मासु ∉ P, ..., चिनी ∈ P .... हुन्छ ।

4. यदि A = {e, n, g, l, i, s, h} र B = {m, a, t, h, e, i, c, s} भए सूचीकरणद्वारा समूह बनाऊ :

(i) A र B दुवै समूहमा पर्ने सदस्यहरूको समूह ।

(ii) A मा पर्ने तर B मा नपर्ने सदस्यहरूको समूह ।

(iii) B मा पर्ने तर A मा नपर्ने सदस्यहरूको समूह ।

8.4 समूहको गणनात्मकता (Cardinality of a set)

तल दिइएको उदाहरण हेर :

यदि V ले अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वरहरूको समूह जनाउँछ र E ले 11 भन्दा साना जोर सङ्ख्याहरूको समूह जनाउँछ भने V = {a, e, i, o, u} र E = {2, 4, 6, 8, 10} हुन्छ ।

यहाँ दुवै समूहहरू V र E मा सदस्यहरूको सङ्ख्या 5/5 छ । यसलाई सङ्केतमा निम्नानुसार लेखिन्छ :

n(V) = 5 र n(E) = 5

यहाँ n ले समूहको सदस्य सङ्ख्यालाई जनाउँछ ।

अर्को एउटा उदाहरण हेरौँ, एक जना शिक्षकले आफ्नो दराजमा 23 किसिमका शिक्षण सामग्रीहरू राखेका छन् । दराजमा भएका सामग्रीहरूको समूहलाई F ले जनाउँदा, n (F) = 23 हुन्छ ।

अर्थात् समूह F का सदस्यहरूको सङ्ख्या 23 हुन्छ ।

समूहमा भएका सदस्यहरूको सङ्ख्यालाई समूहको गणनात्मकता (Cardinality or Cardinal number) भनिन्छ ।

सीमित र असीमित समूहहरू (Finite and Infinite Sets)

अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वरहरूको समूह V = {a, e, i, o, u} हुन्छ । यो समूहमा 5 ओटा सदस्यहरू छन् ।

हप्ताका दिनहरूको समूह D = {आइतबार, सोमबार, मङ्गलबार, बुधबार, बिहीबार, शुक्रबार, शनिबार}

यस समूहमा 7 ओटा सदस्यहरू छन् ।

नेपालको राजधानीको समूह K = {काठमाडौँ}

यस समूहमा जम्मा एउटामात्र सदस्य छ ।

1 देखि 100 सम्मका गन्तीका सङ्ख्याहरूको समूह C = {1, 2, 3, …….. 98, 99, 100}

यस समूहको सदस्य सङ्ख्या 100 छन् ।

माथिका V, D, K र C चार ओटै समूहहरू सीमित समूह हुन् ।

सीमित सङ्ख्यामा सदस्यहरू भएको अथवा सदस्य सङ्ख्या निश्चित भएको समूहलाई सीमित समूह (Finite Set) भनिन्छ ।

अर्को शब्दमा, जुन समूहको सदस्य सङ्ख्या निश्चित रूपमा यति नै हुन्छ भनेर भन्न सकिन्छ त्यस्तो समूहलाई सीमित समूह भनिन्छ ।

अब, अरू केही समूहहरू हेरौँ :

(क) N = {1, 2, 3, 4, ……..}

यो गन्ती सङ्ख्याहरू (Counting Numbers) को समूह हो ।

अर्थात् यो प्राकृतिक सङ्ख्याहरू (Natural Numbers) को समूह हो ।

यो समूहमा सदस्य सङ्ख्या कति छ ?

यहाँ, N को सदस्य सङ्ख्या कति हुन्छ ?

निश्चित रूपमा यति नै हुन्छ भनेर भन्न सकिन्छ ?

N एउटा असीमित समूह (Infinite Set) हो ।

(ख) त्यस्तै, जोर सङ्ख्याहरूको समूह $E = \{2, 4, 6, 8, 10, ...\}$

बिजोर सङ्ख्याहरूको समूह $O = \{1, 3, 5, 7, 9, ...\}$

यहाँ पनि E र O मा यति नै सदस्य छन् भनेर निश्चित रूपमा भन्न सकिँदैन । यी समूहहरूमा असीमित सदस्यहरू छन् ।

त्यसैले E र O समूहहरू असीमित समूह हुन् ।

सदस्य सङ्ख्या निश्चित रूपमा भन्न नसकिने वा अनन्त सदस्यहरू भएको समूहलाई असीमित समूह भनिन्छ ।

यस्तो समूह लेख्दा केही सदस्यहरू लेखिसकेपछि कम्तीमा तिन ओटा थोप्लाहरू लेख्ने चलन छ ।

उदाहरण 1

तल दिइएका समूहहरूमध्ये सीमित वा असीमित समूह छुट्याऊ र सीमित समूह भए सदस्य सङ्ख्या पनि लेख :

(i) 10 भन्दा साना जोर सङ्ख्याहरूको समूह

(ii) 10 र 10 भन्दा ठुला जोर सङ्ख्याहरूको समूह

(iii) जोर सङ्ख्याहरूको समूह

उत्तर

(i) 10 भन्दा साना जोर सङ्ख्याहरूको समूहलाई E_1 मानौँ

$E_1 = \{2, 4, 6, 8\}$

E_1 मा जम्मा 4 ओटा सदस्य छन् ।

त्यसैले E_1 एउटा सीमित समूह हो ।

(ii) 10 र 10 भन्दा ठुला जोर सङ्ख्याहरूको समूहलाई E_2 मानौँ

$E_2 = \{10, 12, 14, 16 ....\}$

E_2 एउटा असीमित समूह हो ।

(iii) जोर सङ्ख्याहरूको समूहलाई E_3 मानौँ

E_3 = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 ....}

E_3 एउटा असीमित समूह हो ।

उदाहरण 2

एकको स्थानमा 5 आउने सङ्ख्याहरूको समूह सीमित वा असीमित कस्तो समूह हो ?

उत्तर

एकको स्थानमा 5 भएका सङ्ख्याहरू : 5, 15, 25, 35, ...

एकको स्थानमा 5 भएका सङ्ख्याहरूको समूहलाई F मानौँ ।

F = {5, 15, 25, 35 ....}

F एउटा असीमित समूह हो ।

अभ्यास 8.4

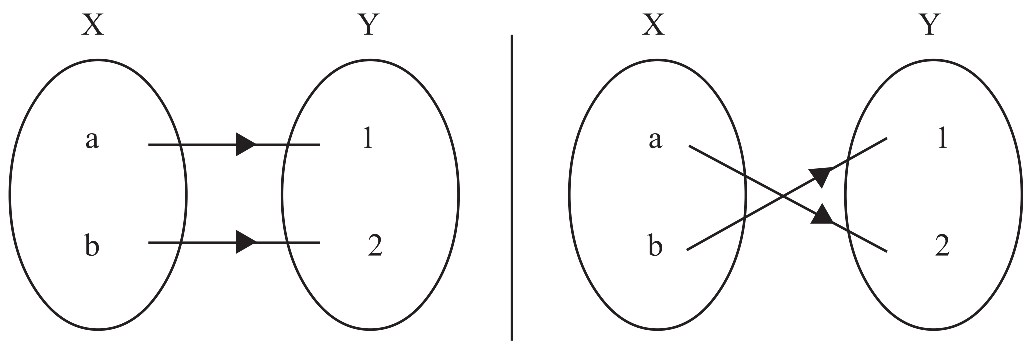
1. **तल दिइएका समूहहरूमध्ये कुन कुन सीमित समूह हुन् ? सीमित समूहको सदस्य सङ्ख्या पनि लेख :**
   - (i) A = {1, 3, 5, 7}
   - (ii) B = {1, 3, 5, 7, ...,49}
   - (iii) C = {2, 4, 6, 8, ..., 100, 102, ...}
   - (iv) D = {100, 102, 104, 106, ...}

2. **सूचीकरण विधिबाट समूह बनाऊ । त्यसमा सीमित वा असीमित समूहहरू छुट्याऊ । सीमित भए सदस्य सङ्ख्या पनि लेख :**
   - (i) O_1 = 20 भन्दा साना बिजोर सङ्ख्याहरूको समूह
   - (ii) O_2 = 20 देखि 40 सम्मका बिजोर सङ्ख्याहरूको समूह
   - (iii) O_3 = 40 भन्दा माथिका जोर सङ्ख्याहरूको समूह
   - (iv) T_1 = एकको स्थानमा 3 आउने सङ्ख्याहरूको समूह
   - (v) T_2 = एकको स्थानमा 3 आउने 33 भन्दा साना सङ्ख्याहरूको समूह
   - (vi) T_3 = एकको स्थानमा 3 आउने 3 र 50 बिचका सङ्ख्याहरूको समूह
   - (vii) T_4 = एकको स्थानमा 3 आउने 50 भन्दा माथिका सङ्ख्याहरूको समूह
   - (viii) 5 ले भाग गर्दा 1 शेष आउने सङ्ख्याहरूको समूह
   - (ix) 5 ले भाग गर्दा 1 शेष आउने 1 देखि 50 सम्मका सङ्ख्याहरूको समूह
   - (x) D = दसको स्थानमा 4 आउने सङ्ख्याहरूको समूह

8.5 समतुल्य र बराबर समूहहरू (Equivalent and Equal Sets)

समतुल्य समूहहरू (Equivalent sets)

यदि X = {a,b} र Y = {1,2} छन् भने एउटा समूह X का सदस्यलाई अर्को समूह Y को सदस्यसँग अलग अलग तरिकाबाट जोडा मिलाउन सकिन्छ, जस्तै :



दुवै तरिकामा X मा भएका प्रत्येक सदस्यले समूह Y मा एक एक सदस्य जोडा पाएको छ । यहाँ समूहहरू X र Y का सदस्यहरू बिच एक एक सङ्गतिता (One to one correspondence) रहेको छ । समूहहरू X र Y का सदस्यहरूको सङ्ख्या बराबर छन् ।

माथिका चित्रमा समूहहरू X र Y आपसमा समतुल्य छन् ।

यदि दुईओटा समूहहरू A र B मा भएका सदस्यहरूको सङ्ख्या बराबर छ भने **n(A) = n(B)** लेख्न सकिन्छ । सदस्यहरू सङ्ख्या बराबर भएका समूहहरूलाई समतुल्य समूह भनिन्छ र **A~B** लेखिन्छ ।

उदाहरण 1

यदि A = {10 भन्दा साना गन्तीका सङ्ख्याहरू} र B = {18 भन्दा साना बिजोर सङ्ख्याहरू}

भए n(A) र n(B) पत्ता लगाऊ ।

के n(A) = n(B) छ ?

के समूह A र B समतुल्य समूहहरू हुन् ?

उत्तर

यहाँ, A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

र B = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17}

∴ n (A) = 9 र n (B) = 9 छ ।

माथि n(A) र n(B) दुवैका मान 9 भएकाले n(A) = n(B) हुन्छ । त्यसैले समूह A र B मा समतुल्य समूहहरू हुन् ।

उदाहरण 2

यदि समूह P = {5 का गुणनखण्डहरू}

र समूह Q = {6 का गुणनखण्डहरू} भए,

के समूह P र समूह Q समतुल्य समूहहरू हुन् ?

उत्तर :

यहाँ, P = {1, 5} र n(P) = 2

फेरि, Q = {1, 2, 3, 6} र n(Q) = 4

$\therefore$ n (P) $\neq$ n(Q) छ । त्यसैले P र Q समतुल्य समूहहरू होइनन् ।

बराबर समूहहरू (Equal sets)

समूह A ले 1 भन्दा ठुला र 4 भन्दा साना गन्तीका सङ्ख्या जनाउँछ । समूह B ले 6 का रूढ गुणन खण्डहरूको समूह जनाउँछ भने A = {2, 3} र B = {2, 3} हुन्छ ।

यहाँ, दुवै समूह A र B का सदस्यहरूका बारेमा के भन्न सक्छौँ ?

यदि दुईओटा समूहका सदस्यहरू उत्तिकै र उही छन् भने ती दुई समूहहरूलाई बराबर समूहहरू भनिन्छ । माथिको उदाहरणमा समूहहरू A र B बराबर समूहहरू हुन् । यसलाई **A = B** लेखिन्छ ।

तल दिइएको उदाहरण हेरी कक्षा कोठामा छलफल गर :

यदि A = {2, 4, 6, 8, 10} र B = {a, b, c, d, e} छ भने n(A) = n(B) = 5 हुन्छ
तर A $\neq$ B, किन ? छलफल गर ।

खाली समूह (Empty Sets)

तल दिइएका उदाहरणहरूमा समूहको सदस्य सङ्ख्याबारे छलफल गर :

M = { कक्षा 6 मा पढाउनु हुने शिक्षकहरूको समूह}

N = {2 र 7 बिचको पूर्ण घन सङ्ख्याहरूको समूह}

T = {200 वर्षभन्दा बढी बाँचेका मानिसको समूह}

माथिका समूहलाई सूचीकरण विधिद्वारा कमलालाई लेख्न दिइएछ । उनले समूह M का सदस्यहरू लेख्न सकिन् तर उनले N र T समूहमा पर्ने एउटा पनि यस्तो सदस्य पाइनन् किनभने 2 र 7 को बिचमा पर्ने घन सङ्ख्या नै छैन । त्यस्तै एउटा पनि मानिस जो 200 वर्षभन्दा बढी बाँचेको सदस्य पाइनन् । त्यसैले उनले यसलाई निम्नानुसार लेखिन् :

N = { }

T = { }

यसरी उनले बनाएको यस समूहलाई खाली समूह (Empty Set) भनिन्छ । कुनै पनि सदस्य नभएको समूहलाई खाली समूह भनिन्छ र यसलाई ϕ (Phi) वा **{ }** ले जनाइन्छ ।

अभ्यास 8.5

1. तलका समूहहरूबाट बराबर समूह छुट्याऊ र (=) चिह्न प्रयोग गरी लेख :

A = {2 ,4, 6}, B = {y, x}, C = {1, 3, 5, 7}, D = {x, y}, E = {1, 4, 9, 16}

F = {अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वरहरू}, G = {2, 6}, H = {4, 2, 6}, I = {x, y, z},

J = {9, 4, 1, 16}, K = {पहिला 4 ओटा बिजोर सङ्ख्याहरू}, L = {a, e, i, o, u}

M = {n, i, l, e}, N = {r, e, a, d}, O = {d, e, a, r}, P = {l, i, n, e}

2. प्रश्न न. 1 बाट समतुल्य समूहहरू छुट्याई (~) चिह्न प्रयोग गरी लेख ।

3. तलका प्रत्येक समूहहरूमध्ये कुन कुन बराबर समूह हुन्, बराबर भए '=' चिह्न प्रयोग गरी लेख :

(क) A = {2, 3, 5, 7}, B = {8 भन्दा साना रूढ सङ्ख्याहरू}

(ख) C = {p, q, r, s}, D = {r, q, p, s}

(ग) E = {A, B, C, D}, F = {a, b, c, d}

(घ) G = {G, O, L, F}, H = {F, L, O, G}

(ङ) I = {l, e, a, d}, J = {d, e, a, l}

(च) K = {M, I, S, H, P}, L = {MISHISSIPPI मा प्रयोग भएका अङ्ग्रेजी अक्षरहरू}

(छ) M = {2 ले भाग जाने सङ्ख्याहरू}, N = {जोर सङ्ख्याहरू}

(ज) O = {मङ्गल, बृहस्पति, अरुण}, P = {सौर्यमण्डलका कुनै तिन ग्रहहरू}

(झ) Q = {बुध, शुक्र, पृथ्वी}

R = {सौर्यमण्डलका सूर्यको नजिकबाट क्रमशः आउने पहिला तीन ग्रहहरू}

(ञ) S = {1, 3, 5, 7, 9}, T = {10 भन्दा साना बिजोर सङ्ख्याहरू}

(ट) U = {e, a, t}, V = {t, e, a}

4. प्रश्न न. 3 का कुन कुन समतुल्य समूहहरू बराबर छैनन् ?

5. सूचीकरण विधिबाट तलका समूहहरूलाई लेख :

A = {1 देखि 9 सम्मका पूर्ण सङ्ख्याहरू}

B = {10 र 26 बिचमा रहेका जोर सङ्ख्याहरू}

C = {1 देखि 50 सम्मका 7 का अपवर्त्यहरू}

अब, निम्नलिखित प्रश्नहरूको उत्तर देऊ :

(क) n(A), n(B) र n(C) कति कति छन् ?

(ख) कुन कुन दुई समूहहरू समतुल्य छन् ?

6. यदि A = {1, 2, 3, 4} र B = {1, 2, 3, 4, 5} भएमा के A = B हुन्छ ? के n(A) र n(B) एउटै हुन आवश्यक छ ?

7. X ले 2310 का रूढ गुणन खण्डहरूको समूहलाई जनाउँछ र Y ले 13 भन्दा साना रूढ सङ्ख्याहरूको समूहलाई जनाउँछ भने,

(क) समूह X र Y का सदस्यहरूका बिचको एक एक सङ्गतिका चित्र बनाएर देखाऊ ।

(ख) के X = Y लेख्न सकिन्छ, किन ?

8. खाली ठाउँ भर :

(क) यदि A = {1, 2, 3} भए, n(A) = ...

(ख) यदि P = {w, a, y, b} भए, n(P) = ...

(ग) यदि R = {i, c, e, r, m} भए, n(R) = ...

(घ) यदि N = {2, 3, 4, 5, 6} भए, n(N) = ...

9. यदि A = {0, 2, 4, 6}, B = {2, 4, 6}, C = {0}, D = { }, E = {2, 4, 6} र F = {1} भए तलका प्रश्नहरूको उत्तर लेख :

(क) प्रत्येक समूहको सदस्य सङ्ख्या लेख ।

(ख) कुन कुन समूहमा सदस्य सङ्ख्या बराबर छन् ?

(ग) सदस्य सङ्ख्या बराबर भए पनि आपसमा बराबर नहुने समूहहरू कुन कुन हुन् ?

(घ) कुन कुन समूहहरू बराबर छन् ?

10. तलका समूहहरूमध्ये कुन कुन खाली समूह हुन्, खाली समूहका अगाडि ϕ (फाई) राख्दै जाऊ :

(क) 3 र 4 को बिचमा रहेका पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह

(ख) 3 र 4 को बिचमा रहेका सङ्ख्याहरूको समूह

(ग) 5 वर्षभन्दा सानो उमेरका कक्षा 6 मा पढ्ने विद्यार्थीहरूको समूह

(घ) 2 ले भाग जाने बिजोर सङ्ख्याको समूह

(ङ) जोर रूढ सङ्ख्याको समूह

(च) { 0 }

(छ) {   }

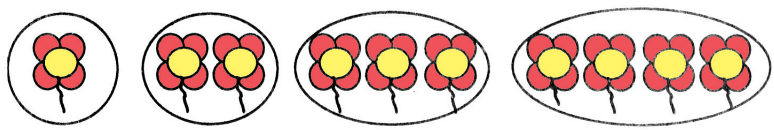
(ज) 13 र 15 का बिचमा रहेका रूढ सङ्ख्याहरूको समूह ।

एकाइ 9

पूर्ण सङ्ख्याहरू (Whole Numbers)

9.1 पूर्ण सङ्ख्याहरूको विकास (Development of whole numbers)

तल चित्रमा दिइएका प्रश्नहरूको उत्तर लेख :



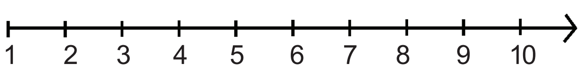
- माथिका प्रत्येक समूहमा कतिओटा फुलहरू छन् ?
- तिम्रो कक्षामा कति जना विद्यार्थीहरू छन् ?
- तिम्रो परिवारमा कति जना सदस्यरू छन् ?
- नेपालमा कतिओटा अञ्चलहरू छन् ?

यसरी आउने सङ्ख्याहरूलाई 1 देखि लेख्दै जाँदा अनन्तसम्म जान्छ । सङ्ख्या 1, 2, 3, 4, ... 10, 11, 12, ..., 100, 101 .... लाई प्राकृतिक सङ्ख्या भन्दछन् ।

त्यसो भए प्राकृतिक सङ्ख्या भन्नाले कहाँदेखि सुरु हुन्छ र कहाँ अन्त्य हुन्छ ?

प्राकृतिक सङ्ख्याहरू (Natural Numbers) भन्नाले गन्ती (Counting Numbers) का सङ्ख्याहरू हुन् । यो **1** देखि सुरु हुन्छ र अनन्तसम्म जान्छ । प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको समूहलाई **N** ले जनाइन्छ ।

N मा सदस्य सङ्ख्या असीमित (Infinite) हुन्छन् । N = {1, 2, 3, 4, 5, ...}

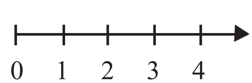


तलका प्रश्नहरूका पनि उत्तर खोजौँ :

- नेपालमा कतिओटा समुद्र छन् ?
  छैनन् अर्थात् शून्य (0) ओटा छन् ।
- तिम्रो कक्षामा 20 वर्षभन्दा बढी उमेरका कति जना विद्यार्थी छन् ?
  छैनन् अर्थात् शून्य (0) जना छन् ।

प्राकृतिक सङ्ख्याहरूले मात्र पूर्ण व्यावहारिक समस्या समाधान हुँदैन । प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको पूर्ण समूह बनाउन '0' थप्दा बन्ने समूहलाई पूर्ण सङ्ख्याहरू (Whole Numbers) भनिन्छ । यसलाई W ले जनाइन्छ ।

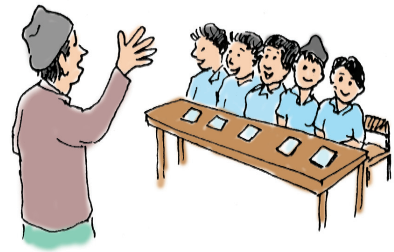
W = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}



दिइएको चित्रमा शिक्षकले पाँचओटा औँलाहरू देखाउँदै हुनुहुन्छ ।

दिइएको चित्रको बेन्चमा पाँच जना विद्यार्थी छन् ।

दिइएको चित्रको टेबुलमा पाँचओटा पुस्तकहरू छन् ।



चित्रमा,

विद्यार्थीको सङ्ख्या = पुस्तकको सङ्ख्या = एउटा हातका औँलाहरूको सङ्ख्या = 5

यो सङ्ख्यालाई तीन जना विद्यार्थीले तिन प्रकारले लेखेर व्यक्त गरे ।

५ - पाँच सङ्ख्या जनाउने यो सङ्केत (Symbol) देवनागरी सङ्ख्याङ्क (Devanagari Numeral) हो ।

5 - पाँच सङ्ख्या जनाउने यो सङ्केत हिन्दु अरेबिक सङ्ख्याङ्क (Hindu Arabic Numeral) हो ।

V - पाँच सङ्ख्या जनाउने यो रोमन सङ्ख्याङ्क (Roman Numeral) हो ।

तिन ओटै समूहको सङ्ख्या बराबर छन् ।

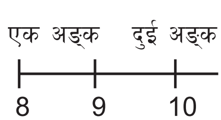
तर यिनीहरूलाई जनाउने सङ्केतहरू (Symbols) अर्थात् सङ्ख्याङ्क (Numeral) फरक फरक छन् ।

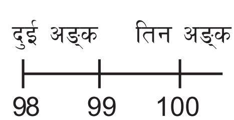
सङ्ख्यालाई विभिन्न सङ्केतहरूले जनाइन्छ । यसरी सङ्ख्या (Number) लाई जनाउने विभिन्न सङ्केतहरूलाई सङ्ख्याङ्क (Numeral) भनिन्छ ।

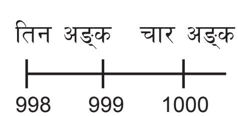
सङ्ख्यालाई लेख्न ठाउँअनुसार संसारका विभिन्न मानिसहरूले विभिन्न प्रकारका अङ्कहरू प्रयोग गरी आएका छन् । तीमध्ये कक्षा 4 देखि प्रयोग गर्दै आएका हिन्दु अरेबिक अङ्कहरू 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 हुन् ।

1 दिनमा 24 घण्टा हुन्छ । 365 दिनमा 365 × 24 = 8,760 घण्टा हुन्छ ।

हिन्दु अरेबिक सङ्ख्याङ्कन प्रणालीमा 0 देखि 9 सम्म जम्मा दस ओटा अङ्कहरू (Digits) मात्र प्रयोग गरिन्छ । अङ्कहरू जतिपटक पनि दोहोऱ्याउन सकिन्छ । 0 देखि 9 सम्म अङ्कहरू प्रयोग गरी जतिसुकै ठूलो सङ्ख्या पनि लेख्न सकिन्छ ।







एक अङ्कले बनेको सबैभन्दा सानो सङ्ख्या	1
एक अङ्कले बनेको सबैभन्दा ठूलो सङ्ख्या	9
दुई अङ्कले बनेको सबैभन्दा सानो सङ्ख्या	10

दुई अङ्कले बनेको सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 99

तीन अङ्कले बनेको सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 100

तीन अङ्कले बनेको सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 999

यी सङ्ख्याहरू हेरौँ - 120, 201, 102, 210

यी सबै सङ्ख्याहरूमा 0, 1, 2 गरी जम्मा तिन ओटा अङ्कहरू प्रयोग गरिएका छन् । के यी सबै सङ्ख्याहरूको मान (Value) एउटै हो ?

सङ्ख्याङ्क 210 को स्थानमानलाई स्थापित गरी गन्दा सयको स्थानमा 2 छ र यहाँ 2 को स्थानअनुसारको मान 200 हुन्छ । त्यस्तै, दशको स्थानमा 1 छ, 1 ले 10 र त्यस्तै एकको स्थानमा 0 छ, 0 ले 0 जनाउँछ । यसको कुल मान (Total value) = 200 + 10 + 0 = 210 हुन्छ ।

हिन्दु अरेबिक सङ्ख्याङ्कन प्रणालीमा,

अङ्कहरू एउटै भए पनि स्थानअनुसार त्यसको मान फरक फरक हुन्छ । खाली स्थानमा शून्य '0' राखिन्छ ।

इसाको 100 वर्षपश्चात् अर्थात् 100 A.D. तिर हिन्दुहरूले हिन्दु अरेबिक सङ्ख्याङ्कन प्रणालीअनुसार 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 र 9 गरेर जम्मा दस ओटा अङ्कहरू प्रयोग गरेर सङ्ख्या लेख्ने पद्धतिको विकास गरे र अरबीहरूले यस प्रणालीलाई संसारभरि प्रचारप्रसार गरे । त्यसकारण यो सङ्ख्याङ्कन पद्धतिलाई हिन्दु अरेबिक सङ्ख्याङ्कन प्रणाली (Hindu Arabic Numeration System) भनेर संसारभर प्रसिद्धि पाएको छ ।

हिन्दु अरेबिक सङ्ख्याङ्कन पद्धतिका निम्नलिखित विशेषताहरू हामीले छलफल गर्‍यौँ :

1. 0 देखि 9 सम्म जम्मा दशओटा अङ्कहरू प्रयोग गरी जतिसुकै ठुलो सङ्ख्या पनि लेख्न सकिन्छ ।
2. अङ्कहरूको मान तिनको स्थानअनुसार हुने हुनाले ठुला सङ्ख्याहरू लेख्न तिनको स्थानमात्र बदले पुग्छ ।
3. यस पद्धतिमा शून्य '0' पनि भएको हुनाले खाली स्थानमा पनि '0' राखेर लेख्न सजिलो भएको छ ।

रोमन सङ्ख्याङ्कन प्रणाली र अन्य सङ्ख्याङ्कन प्रणालीमा शून्य '0' को अभाव भएकाले त्यति विकास र प्रसार हुन सकेन तर हिन्दू अरेबिक सङ्ख्याङ्कन प्रणालीमा '0' को आविष्कारले अङ्कहरूलाई स्थानअनुसारको मान (Place Value) दिन सम्भव भयो । थोरै अङ्कले पनि ठुला ठुला सङ्ख्याहरू लेख्न सजिलो हुन गयो । त्यस्तै जोड, घटाउ जस्ता आधारभूत क्रियाहरू पनि गर्न सजिलो भयो । यही कारणले हिन्दु अरेबिक सङ्ख्याङ्कन प्रणाली लामो समयदेखि सफलतापूर्वक प्रयोग भई आएको हो ।

उदाहरण 1

2, 5 र 7 बाट बन्ने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या र सबैभन्दा सानो सङ्ख्याको फरक पत्ता लगाऊ ।

उत्तर

2, 5 र 7 मा सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 7 र सबैभन्दा सानो 2 हो ।

त्यसैले, 2, 5 र 7 ले बन्ने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 752 र सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 257 हुन् । यी दुई सङ्ख्याहरूको फरक = 752 – 257 = 495

उदाहरण 2

7, 0 र 8 बाट बन्ने तीन अङ्कको सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या र सबैभन्दा सानो सङ्ख्याको फरक पत्ता लगाऊ ।

उत्तर

यहाँ, 7, 0 र 8 मा सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 8 र सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 0 हो । त्यसैले तीन अङ्कको सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 870 र सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 708 हो ।

फरक 870 – 708 = 162

अभ्यास 9.1

1. **तलका सङ्ख्याहरूमा 5 को स्थानमान लेख :**

   (i) 6503 (ii) 5761 (iii) 45678 (iv) 23456

2. (i) 5, 7, 9 बाट कुन कुन सङ्ख्याहरू बन्न सक्छन् ?

   (ii) कुन तीनओटा फरक फरक अङ्कहरूबाट तिन अङ्कको सबैभन्दा सानो सङ्ख्या बन्छ, त्यो सङ्ख्या कति हुन्छ ?

   (iii) कुनै तीन ओटा फरक फरक अङ्कहरूबाट तीन अङ्कको सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या बन्छ, त्यो सङ्ख्या कति हुन्छ ?

3. 1, 7, 0, 2, 3 बाट बन्न सक्ने सबैभन्दा ठुलो र सबैभन्दा सानो सङ्ख्या लेखी तिनको योगफल पत्ता लगाऊ ।

4. चार अङ्कहरूले बनेको सबैभन्दा ठुलो र सबैभन्दा सानो सङ्ख्या लेखी तिनको
   (i) योगफल र (ii) अन्तर पत्ता लगाऊ ।

9.2 कोष्ठहरूसहितको सरलीकरण (Simplification with brackets)

8 र 12 को जोडफललाई 4 ले भाग गर्दा 5 हुन्छ ।

8 र 12 को जोड 20 हुन्छ र 20 लाई 4 ले भाग गर्दा 5 हुन्छ ।

यसलाई गणितीय भाषामा व्यक्त गरी हल गर्दा,

यहाँ, पहिला 8 र 12 को जोडलाई एउटै सङ्ख्या मानेर सानो कोष्ठ ( ) भित्र राख्नुपर्दछ । अनि मात्र 4 ले भाग गर्नुपर्दछ ।

त्यसैले गणितीय वाक्यमा $(8 + 12) \div 4$

$= 20 \div 4$

$= 5$

त्यसकारण, सरलीकरण गर्दा सधैँ पहिला कोष्ठभित्रको हिसाब गर्नुपर्दछ ।

उदाहरण 1

सरल गर : $8 \div (4 \times 2)$

उत्तर :

$8 \div (4 \times 2)$

$= 8 \div 8$

$= 1$

उदाहरण 2

सरल गर : $55 \div 11[120 \div 2\{4 + (10 + 5 - 7)\}]$

उत्तर :

$55 \div 11[120 \div 2\{4 + (10 + 5 - 7)\}]$	
$= 55 \div 11[120 \div 2\{4 + (15 - 7)\}]$	पहिला सानो कोष्ठभित्र + क्रिया गरेको ।
$= 55 \div 11[120 \div 2\{4 + 8\}]$	सानो कोष्ठभित्र — क्रिया गरेको ।
$= 55 \div 11[120 \div 2\{12\}]$	मझौला कोष्ठभित्रको + क्रिया गरेको ।
$= 55 \div 11[120 \div 24]$	मझौला कोष्ठ हटाएको ।
$= 55 \div 11[5]$	ठुलो कोष्ठभित्रको ÷ क्रिया गरेको ।
$= 55 \div 55$	ठुलो कोष्ठ हटाइएको ।
$= 1$	÷ क्रिया गरेको ।

त्यसकारण,

- सबैभन्दा पहिला सानो कोष्ठ ( ), अनि मझौला कोष्ठ { } र अन्त्यमा ठुला कोष्ठ [ ] भित्रका क्रियाहरू गर्नुपर्दछ ।
- कोष्ठभित्रका क्रियाहरू गर्दा पहिला गुणन र भाग गरेपछि जोड र घटाउ गर्नुपर्छ ।

- गुणन र भाग तथा जोड र घटाउमा पहिला आएको क्रिया पहिला गर्नुपर्छ ।
- कोष्ठभित्रका अन्तिम क्रिया गरी सकेर एउटामात्र सङ्ख्या बाँकी भएपछि कोष्ठ हटाउनुपर्दछ । यसरी कोष्ठ हटाउँदा कोष्ठसँग कुनै क्रियाको चिह्न छैन भने कोष्ठको सट्टा कोष्ठभित्र र बाहिरको सङ्ख्या गुणन गरेर राख्नुपर्दछ ।

उदाहरण 3

गणितीय वाक्यमा लेखी हल गर :

70 र 50 को योगफललाई 10 ले भाग गरी भागफलमा 13 जोडी फेरि 5 ले भाग गर्दा कति हुन्छ ?

उत्तर :

गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

[{(70 + 50) ÷ 10} + 13] ÷ 5

हल गर्दा,

आवश्यक मान = [{120 ÷ 10} + 13] ÷ 5
= [12 + 13] ÷ 5
= 25 ÷ 5
= 5

उदाहरण 4

सरल गर : 80 ÷ 4(2 + 3) x 6

= 80 ÷ 4(5) x 6 (कोष्ठभित्र हिसाब गरेको)

= 80 ÷ 20 x 6 (कोष्ठ हटाउन 4 ले 5 लाई गुणन गरेको)

= 4 x 6

= 24

अभ्यास 9.2

(क) सरल गर :

1. 25 - (16 + 3)
2. 21 ÷ 3(10 - 3)
3. (39 + 16) ÷ 11
4. 3 + (6 × 12) ÷ 6
5. 27 ÷ (13 - 4) × 5
6. 36 + (16 + 2 x 4 - 4)
7. 39 ÷ 13(15 – 48 ÷ 4)
8. 48 ÷ 3 (12 x 4 ÷ 2 – 20)
9. 3 {12 + (8 ÷ 4 x 2)}
10. 3 {12 + 8 ÷ 2 (2 x 2)}
11. 4 {6 + 2(7 - 4)} ÷ 6
12. (22 + 16 x 2) ÷ (27 ÷ 9 x 3)
13. 16 – 8 {15 – (45 ÷ 3)}
14. 26 – 3{24 ÷ (18 ÷ 6)}
15. 35 – 7{42 ÷ (56 ÷ 8)} + 7
16. 39 – 4 {16 ÷ (7 - 3)} – 23
17. {45 – (28 + 17)} x 4
18. (20 -5 -10) ÷ {2(7 - 4)-1}

(ख) **गणितीय वाक्यमा लेखी हल गर :**

1. 49 लाई 7 ले भाग गरी भागफलबाट 7 घटाऊ ।
2. 52 लाई 13 ले भाग गरी 4 जोड ।
3. 3 लाई 5 ले गुणन गरेर 15 ले भाग गर ।
4. 12 लाई 3 ले गुणन गरेर 9 ले भाग गर ।
5. 12 मा 3 र 5 को गुणनफल जोड ।
6. 16 बाट 3 र 4 को गुणनफल घटाउँदा कति हुन्छ ?
7. 3 र 4 को गुणनफलको 5 गुणाबाट 25 घटाउँदा कति हुन्छ ?
8. 10 र 7 को फरकको 6 गुणालाई 9 ले भाग गर्दा भागफल कति हुन्छ ?
9. 20 र 6 को फरकलाई 7 र 2 को गुणनफलले भाग गर्दा भागफल कति हुन्छ ?
10. 15 लाई 3 ले भाग गर्दा आउने भागफल र 2 को गुणनफलबाट 10 घटाउँदा कति हुन्छ ?

9.3 भाज्यतासम्बन्धी परीक्षण (Divisibility test)

तलको उदाहरण हेरौँ :

347 लाई 8 ले र 234 लाई 3 ले भाग गरी सूत्रअनुसार जाँचेर हेरौँ ।

सूत्र, **भागफल x भाजक + शेष = भाज्य**

43	जाँच	43
8) 347	→	× 8
– 32		344
27		+3
- 24		347
3 शेष		

शेष आयो ।

78	जाँच	78
3) 234	→	× 3
- 21		234
24		+0
- 24		234
0		

नि:शेष भाग लाग्यो ।

अब कस्तो सङ्ख्यालाई कस्तो सङ्ख्याले नि:शेष भाग लाग्छ, केही उदाहरण हेरौँ ।

सङ्ख्या	भाग जाने सङ्ख्याको स्वरूप	उदाहरण
2	कुनै सङ्ख्याको अन्तिम अङ्क शून्य '0' वा जोर (Even) छ भने त्यस्तो सङ्ख्यालाई 2 ले नि:शेष भाग जान्छ ।	30, 50, 100, 134, 758, 1296 लाई 2 ले भाग जान्छ ।
3	यदि कुनै सङ्ख्याको अङ्कहरूको योगफललाई 3 ले भाग जान्छ भने त्यस्तो सङ्ख्यालाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ ।	3252 → 3+2+5+2 = 12 12 लाई 3 ले भाग जान्छ ।
5	कुनै सङ्ख्याको अन्तिममा '0' वा 5 छ भने 5 ले नि:शेष भाग जान्छ ।	50,360 र 123,800 मा अन्तिम अङ्क '0' छ । 175,435 र 193,895 मा अन्तिम अङ्क '5' छ ।
7	यदि कुनै सङ्ख्याको अन्तिमको सङ्ख्याको दुई गुना र बाँकी अङ्कले बनेको सङ्ख्याको फरकलाई 7 ले भाग जान्छ भने त्यो पुरै सङ्ख्यालाई 7 ले नि:शेष भाग जान्छ ।	924 → अन्तिम अङ्क '4' को दुई गुना 4 x 2 = 8 बाँकी अङ्कले बनेको सङ्ख्या 92 – 8 = 84 84 लाई 7 ले भाग जान्छ ।
10	10 ले भाग जाने सङ्ख्याको अन्तिममा (0) हुन्छ ।	60, 100, 500, 15230
11.	यदि कुनै सङ्ख्याको पहिलो, तेस्रो, पाँचौं, ... अङ्कको योग र दोस्रो, चौथो, छैटौं ..... अङ्कको योगको फरक 11 को अपवर्त्य वा 0 हुन्छ भने त्यो सङ्ख्यालाई 11 ले नि:शेष भाग जान्छ ।	95964 → (9+9+4) – (5+6) = 22-11=11 19844 → (1+8+4) - (9+4) = 13 – 13 = 0 दुवै सङ्ख्यालाई 11 ले नि:शेष भाग जान्छ ।

अभ्यास 9.3

1. **तल दिइएका कुन कुन सङ्ख्याहरूलाई 2 ले नि:शेष भाग जान्छ ?**

(i) 7111 (ii) 2376 (iii) 9230 (iv) 352

(v) 23702 (vi) 97812 (vii) 2371 (viii) 9233

2. **तल दिइएका कुन कुन सङ्ख्याहरूलाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ ?**

(i) 2376 (ii) 9235 (iii) 352 (iv) 23702 (v) 97812

3. **प्रश्न नं. 2 का कुन कुन सङ्ख्याहरूलाई 2 र 3 दुवैले नि:शेष भाग जान्छ ? के 2 र 3 दुवैले नि:शेष भाग जाने सङ्ख्याहरूलाई 6 ले पनि नि:शेष भाग जान्छ ?**

4. **तल दिइएका कुन कुन सङ्ख्यालाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ ? के 5 ले भाग जाने सङ्ख्यालाई 10 ले पनि निःशेष भाग जान्छ ?**

(i) 1250 (ii) 35765 (iii) 123530 (iv) 2345

5. **तलका मध्ये कुन कुन सङ्ख्यालाई 7 ले निःशेष भाग जान्छ ?**

(i) 245 (ii) 735 (iii) 3976 (iv) 8855

6. **तल दिइएका कुन कुन सङ्ख्याहरूलाई 11 ले निःशेष भाग जान्छ ?**

(i) 407 (ii) 10813 (iii) 3453572 (iv) 10888878

9.4 अपवर्त्यहरू र गुणन खण्डहरू (Multiples and Factors)

अपवर्त्यहरू (Multiples)

$2 \times 1 = 2$

$2 \times 2 = 4$

$2 \times 3 = 6$

$2 \times 4 = 8$

$2 \times 5 = 10$

$2 \times 6 = 12$

$2 \times 7 = 14$

$2 \times 8 = 16$

$2 \times 9 = 18$

$2 \times 10 = 20$

{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, …………}
यो 2 का अपवर्त्य (Multiple) हरूको समूह हो । यसलाई $M_{(2)}$ ले जनाउन सकिन्छ ।

$M_{(2)}$ समूहमा 20 पछि कुन सङ्ख्या आउँछ ?

$M_{(2)}$ समूहमा 20 पछि लगत्तै आउने तीनओटा सङ्ख्याहरू पनि लेखौँ ।

अरू अपवर्त्यहरूको समूह पनि हेरौँ ।

3 का अपवर्त्यहरूको समूह $M_{(3)}$ = {3, 6, 9, 12, 15 ……..}

4 का अपवर्त्यहरूको समूह $M_{(4)}$ = {4, 8, 12, 16, 20 ……}

5 का अपवर्त्यहरूको समूह $M_{(5)}$ = {5, 10, 15, 20, 25 …..}

$M_{(5)}$ का प्रत्येक सदस्यलाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ ।

$M_{(7)} = \{7, 14, 21, 28 ......\}$

$M_{(7)}$ का प्रत्येक सदस्यलाई 7 ले नि:शेष भाग लाग्छ ।

उदाहरण 1

तलका प्रत्येक समूहलाई सूचीकरण विधिद्वारा लेख :

(क) 35 भन्दा साना 4 का अपवर्त्यहरूको समूह A

(ख) 10 र 50 बिचका 6 का अपवर्त्यहरूको समूह B

(ग) समूह A र B का साझा अपवर्त्यहरूको समूह C

उत्तर

(क) 4 का अपवर्त्यहरूको समूह, $M_{(4)} = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40,......\}$
35, भन्दा साना 4 का अपवर्त्यहरूको समूह, A = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32}

(ख) 6 का अपवर्त्यहरूको समूह, $M_{(6)} = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...\}$
10 र 50 बिचका 6 का अपवर्त्यहरूको समूह, B = {12, 18, 24, 30, 36, 42, 48}

(ग) समूह A र B का साझा अपवर्त्यहरूको समूह, C = {12, 24}

गुणनखण्डहरू (Factors)

गुणन तालिका

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

यस गुणन तालिकाबाट

गुणनफल (Product)
1 × 6 = 6
2 × 3 = 6
3 × 2 = 6
6 × 1 = 6

1, 2, 3 र 6, 6 का गुणनखण्डहरू हुन् ।
1, 2, 3 र 6 ले 6 लाई नि:शेष भाग लाग्छ ।

त्यस्तै,

24 = 1 × 24

24 = 2 × 12

24 = 3 × 8

24 = 4 × 6

24 = 6 × 4

24 = 8 × 3

24 = 12 × 2

24 = 24 × 1

24 का गुणनखण्डहरू 1, 2, 3, 6, 8, 12 र
24 ले 24 लाई नि:शेष भाग जान्छ ।

कुनै पनि सङ्ख्याका गुणनखण्डहरू भनेको त्यो सङ्ख्यालाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्याहरू हुन् ।

1 ले सबै सङ्ख्यालाई भाग लाग्छ । त्यसैले 1 जुनसुकै सङ्ख्याको पनि गुणनखण्ड हो । 0 बाहेक कुनै पनि सङ्ख्याले आफैँलाई सधैँ भाग लाग्छ । त्यसैले दिइएको सङ्ख्या आफैँ नै एउटा गुणनखण्ड हो । यहाँ 2, 3 र 6 तीन प्राकृतिक सङ्ख्याहरू, अर्थात् $2 \times 3 = 6$ भए, 2 र 3 दुवैले 6 लाई भाग लाग्छ ।

2 र 3 दुवै 6 का गुणनखण्डहरू छन् ।

$2 \times 1 = 2$ हुन्छ र 2 आफैँले 2 लाई निःशेष भाग लाग्छ ।

त्यसकारण 2 र 1 दुवै 2 का गुणनखण्डहरू हुन् ।

द्रष्टव्य : शून्य (0) ले कुनै पनि सङ्ख्यालाई भाग परिभाषित नभएकाले पूर्णसङ्ख्याको समूहमा गुणनखण्ड भन्नेबित्तिकै '0' बाहेकका पूर्णसङ्ख्या भन्ने बुझिन्छ ।

उदाहरण 2

$F_{(12)}$ ले 12 का गुणनखण्डहरूको समूह र $F_{(20)}$ ले 20 का गुणनखण्डहरूको समूह जनाउँछ भने $F_{(12)}$ र $F_{(20)}$ का साझा सदस्यहरूको समूहको सूची बनाएर लेख ।

उत्तर :

यहाँ,

12	=	1×12	त्यसैले $F_{(12)} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
12	=	2×6	
12	=	3×4	
20	=	1×20	त्यस्तै $F_{(20)} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$
20	=	2×10	
20	=	4×5	

$F_{(12)}$ र $F_{(20)}$ का साझा सदस्यहरूको समूह $= \{1, 2, 4\}$

अभ्यास 9.4

1. **तलका प्रत्येक समूहलाई सूचीकरण विधिद्वारा लेख :**
   - (a) 25 भन्दा साना 2 का अपवर्त्यहरू
   - (b) 30 भन्दा साना 3 का अपवर्त्यहरू
   - (c) 28 सम्मका 4 का अपवर्त्यहरू
   - (d) 40 भन्दा साना 5 का अपवर्त्यहरू
   - (e) 20 भन्दा ठुला र 50 भन्दा साना 7 का अपवर्त्यहरू
   - (f) 60 र 100 बिचका 8 का अपवर्त्यहरू

(g) 50 र 100 बिचका 9 का अपवर्त्यहरू

(h) 6 का पहिला 5 ओटा अपवर्त्यहरू

(i) 11 का पहिलो 10 ओटा अपवर्त्यहरू

(j) 50 पछिका 12 का 4 ओटा अपवर्त्यहरू

2. प्रश्न नं. 1 (a) र (b) का साझा अपवर्त्यहरूको समूह बनाऊ । के यो समूह र (h) को समूह एउटै छ ?

3. (a) 100 भन्दा सानो 9 का अपवर्त्यहरूको सूची तयार पारी समूह बनाऊ ।

(b) सूची (a) बाट दुई अङ्कले बनेका अपवर्त्य अङ्कहरूको योगफल निकाल । के यो योगफललाई 9 ले भाग जान्छ ?

4. (a) 20 भन्दा साना 2 का अपवर्त्यहरूको समूह A लेख ।

(b) 20 भन्दा साना 3 का अपवर्त्यहरूको समूह B लेख ।

(c) 20 भन्दा साना 6 का अपवर्त्यहरूको समूह C लेख ।

(d) A, B र C का साझा सदस्यको समूह D लेख । के D र C फरक फरक समूहहरू हुन् ?

5. (a) के 4 का अपवर्त्यहरू सबै 2 का पनि अपवर्त्यहरू हुन् ?

(b) के 2 का अपवर्त्यहरू सबै 4 का पनि अपवर्त्यहरू हुन् ?

6. **निम्न लिखित समूहहरू लेख :**

(a) 10 को गुणनखण्ड समूह $F_{(10)}$

(b) 15 को गुणनखण्ड समूह $F_{(15)}$

(c) 11 को गुणनखण्ड समूह $F_{(11)}$

(d) 17 का गुणनखण्डको समूह $F_{(17)}$

(e) 25 का गुणनखण्डको समूह $F_{(25)}$

(f) 35 का गुणनखण्डको समूह $F_{(35)}$

(g) 30 का गुणनखण्डको समूह $F_{(30)}$

7. **सूची बनाएर समूह लेख :**

(a) 20 का गुणनखण्डहरूको समूह $F_{(20)}$

(b) 21 भन्दा सानो 2 का अपवर्त्यहरू (Multiples) को समूह $M_{(2)}$

(c) $F_{(20)}$ र $A_{(2)}$ समूहका साझा सदस्यहरूको अर्को समूह बनाऊ ।

8. 30 भन्दा ठुला 100 भन्दा साना 5 का यस्ता अपवर्त्यहरू पत्ता लगाऊ जसका अङ्कहरूको योग फल 9 हुन्छ ।

9. एउटा खरायो कुनै स्थानबाट एकपटकमा 2/2 फिट उफ्रने गर्छ भने अर्को खरायोले उही स्थानबाट 3/3 फिटको दुरीमा उफ्रन सक्छ । यदि ती दुईओटै खरायोहरू एउटा 16 फिट लामो सिधा बाटोमा एकैपटकमा उफ्रेर जान थाले भने ती दुईओटैले कुन कुन दुरीमा एउटै ठाउँमा पाइला टेक्छन् ?

10. काठमाडौँको थानकोटदेखि पोखरासम्मको लगभग 200 कि.मि. लामो पृथ्वी राजमार्गमा सुरुमा 25/25 कि.मि.को दुरीमा स्तम्भहरू राखिएका थिए । पछि फेरि 10/10 कि.मि. को दुरीमा अर्का स्तम्भहरू खडा गरिए भने काठमाडौँदेखि कति कि.मि.का दुरीमा पहिलेका र पछिका स्तम्भहरू एकै ठाउँमा परे ?

11. एउटा कोठामा राखिएका दुई ओटा घडीमध्ये एउटालाई 3/3 घण्टामा बज्ने गरी र अर्कोलाई 4/4 घण्टामा घन्टी बज्ने गरी ठिक 12 बजे मिलाइयो भने कति कति बजे ती दुई ओटै घडीहरू एकैसाथ बज्लान् ?

9.5 रूढ र संयुक्त सङ्ख्याहरू (Prime and Composite Numbers)

तल दिइएका सङ्ख्या तालिकालाई राम्ररी हेर :

	सङ्ख्या	गुणनखण्डहरू
	1	1
रूढ सङ्ख्या	(2)	1, 2
रूढ सङ्ख्या	(3)	1, 3
	4	1, 2, 4
रूढ सङ्ख्या	(5)	1, 5
	6	1, 2, 3, 6
रूढ सङ्ख्या	(7)	1, 7
	8	1, 2, 4, 8
	9	1, 3, 9
	10	1, 2, 5, 10

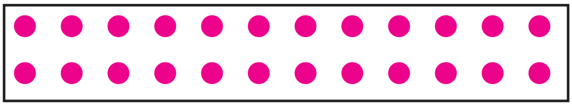
केही रूढ सङ्ख्याहरू 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 ....

माथिको तालिकामा गोलो घेरा हालिएका सबै रूढ सङ्ख्याहरू हुन् । एकैछिन विचार गरौँ, यस्ता रूढ सङ्ख्याहरूका गुणनखण्डहरू जम्मा कतिओटा हुँदा रहेछन् ? ती गुणनखण्डहरू के के हुन् ?

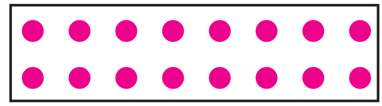
1 र आफूमात्र गुणनखण्ड हुने सङ्ख्यालाई रूढ सङ्ख्या भनिन्छ । दुईभन्दा बढी गुणनखण्डहरू भएका सङ्ख्यालाई संयुक्त सङ्ख्या भनिन्छ ।

द्रष्टव्य : 1 रूढ पनि होइन र संयुक्त पनि होइन ।

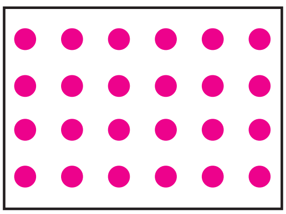
प्राकृतिक सङ्ख्याको समूह, N = {1, 2, 3, 4, 5 ....} प्राकृतिक सङ्ख्याको समूहबाट 1 र रूढ सङ्ख्याहरू झिकेपछि बाँकी रहेका सङ्ख्याहरूलाई संयुक्त सङ्ख्याहरू भनिन्छ ।



2×12



2×8



4×6

24 एउटा संयुक्त सङ्ख्या हो । संयुक्त सङ्ख्यालाई यसरी आयताकार (Rectangular) बनावटमा राख्न सकिने हुनाले संयुक्त सङ्ख्यालाई आयताकार सङ्ख्या (rectangular number) पनि भनिन्छ ।

तर रूढ सङ्ख्या (Prime Number) लाई यस्तो आयताकार बनावटमा राख्न सकिँदैन ।

उदाहरण 1

$P_{(15)}$ ले 1 देखि 15 सम्मका रूढ सङ्ख्याहरूको समूह, A ले 15 भन्दा साना 3 का अपवर्त्यहरूको समूह र $F_{(21)}$ ले 21 का गुणनखण्डहरूका समूह जनाउँछन् भने पत्ता लगाऊ :

(i) $P_{(15)}$ र A का साझा सदस्यहरू (ii) P_{15} र $F_{(21)}$ का साझा सदस्यहरू

उत्तर :

(i) $P_{(15)}$ = {2, 3, 5, 7, 11, 13}

A = {3, 6, 9, 12}

$\therefore$ P_{15} र A को साझा सदस्य 3 हो ।

(ii) $P_{(15)}$ = {2, 3, 5, 7, 11, 13}

$F_{(21)}$ = {1, 3, 7, 21}

$\therefore$ P_{15} र F_{21} का साझा सदस्यहरू 3 र 7 हुन् ।

अभ्यास 9.5

1. **1-100 सम्मका सङ्ख्यालाई 10/10 ओटा लहरमा तल तालिकाबद्ध गरिए जस्तै गरी कापीमा लेख :**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

अब क्रमशः निम्नलिखित कामहरू गर :

- 1 लाई गोलो घेरा लगाऔँ किनभने 1 रूढ वा संयुक्त कुनै पनि होइन ।
- 2 लाई छोडेर 2 ले भाग लाग्ने (अर्थात् सबै जोर सङ्ख्याहरू) लाई काटौँ ।
- 3 बाहेक 3 ले नि:शेष भाग लाग्ने सबै सङ्ख्यालाई काटौँ ।
- 5 बाहेक 5 ले नि:शेष भाग लाग्ने सबै सङ्ख्यालाई काटौँ ।
- 7 बाहेक 7 ले नि:शेष भाग लाग्ने सबै सङ्ख्यालाई काटौँ ।

(i) नकाटिएका सङ्ख्याहरू कस्ता सङ्ख्या हुन् ?

(ii) काटिएका सङ्ख्याहरू कस्ता सङ्ख्या हुन् ?

(iii) 1 देखि 20 सम्ममा जम्मा कतिओटा रूढ सङ्ख्याहरू छन् ?

(iv) 1 देखि 50 सम्ममा जम्मा कतिओटा रूढ सङ्ख्याहरू छन् ?

(v) 1 देखि 100 सम्ममा जम्मा कतिओटा रूढ सङ्ख्याहरू छन् ?

(vi) कुन दश बिचमा (1-10) वा (11-20) वा (21-30) मा सबभन्दा बढी र सबभन्दा घटी (कम) रूढ सङ्ख्याहरू छन् ?

2. **ठिक (T) वा बेठिक (F) के हुन्छ ? लेख :**

(i) सबै रूढ सङ्ख्याहरू बिजोर (Odd) सङ्ख्या हुन् ।

(ii) सबै बिजोर सङ्ख्याहरू रूढ सङ्ख्या हुन् ।

(iii) जोर सङ्ख्याहरू रूढ कहिल्यै हुन सक्दैनन् ।

(iv) रूढ र जोर दुवै भएको सङ्ख्या एउटै मात्र छ ।

(v) संयुक्त सङ्ख्या जति सबै जोर हुन्छन् ।

(vi) जोर सङ्ख्या जति सबै संयुक्त हुन्छन् ।

(vii) रूढ सङ्ख्याको गुणनखण्ड 2 ओटा मात्रै हुन्छन् ।

(viii) संयुक्त सङ्ख्यालाई आयताकार सङ्ख्या भनिन्छ ।

3. **सूची बनाएर समूह लेख :**

(i) 1 देखि 20 सम्मका रूढ सङ्ख्याहरूको समूह $P_{(20)}$

(ii) 1 देखि 20 सम्मका संयुक्त सङ्ख्याहरूको समूह $C_{(20)}$

(iii) 1 देखि 20 सम्मका जोर सङ्ख्याहरूको समूह $E_{(20)}$

(iv) 1 देखि 20 सम्मका बिजोर सङ्ख्याहरूको समूह $O_{(20)}$

(v) 20 को गुणनखण्ड समूह $F_{(20)}$

(vi) 20 भन्दा साना 7 का अपवर्त्यहरूको समूह A

4. **प्रश्न नं. 3 का आधारमा पत्ता लगाऊ :**

(i) के समूह $O_{(20)}$ र $E_{(20)}$ का साझा सदस्य छन् ?

(ii) के समूह $C_{(20)}$ र $E_{(20)}$ का साझा सदस्य छन् ?

(iii) समूह $P_{(20)}$ र $E_{(20)}$ का साझा सदस्यहरूको समूह बनाऊ ।

(iv) समूह A र $P_{(20)}$ का साझा सदस्यहरूको समूह बनाऊ ।

(v) समूह $C_{(20)}$ र $F_{(20)}$ का साझा सदस्यहरूको समूह बनाऊ ।

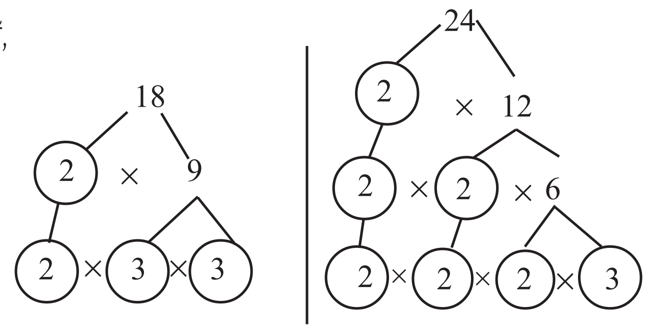
(vi) $C_{(20)}$ र A का साझा सदस्यहरूको समूह बनाऊ ।

9.6 रूढ खण्डीकरण (Prime Factorization)

संयुक्त सङ्ख्याहरू 18 र 24 लेखौँ,

2 रूढ सङ्ख्या हो ।

यी सबै रूढ सङ्ख्या हुन् ।



∴ $18 = 2 \times 3 \times 3$ ∴ $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

यसरी खण्डीकरण गरेर देखाइएको चित्रलाई गुणनखण्ड वृक्ष (Factor Tree) भनिन्छ ।

कुनै पनि संयुक्त सङ्ख्यालाई रूढ सङ्ख्याहरूको गुणनफलका रूपमा अभिव्यक्त गर्न सकिन्छ । यसरी संयुक्त सङ्ख्यालाई खण्डीकरण गरी रूढ सङ्ख्याहरूको गुणनफलका रूपमा लेख्ने प्रक्रिया (Process) लाई रूढ खण्डीकरण भनिन्छ ।

24 को रूढ खण्डीकरण प्रक्रियालाई छोटकरीमा गर्दा,

{ 24 जोर सङ्ख्या हो । त्यसैले 2 ले भाग गर्दा } { 12 जोर सङ्ख्या हो । त्यसैले 2 ले भाग गर्दा } { 6 पनि जोर सङ्ख्या हो । त्यसैले 2 ले भाग गर्दा }

2) 24
12

⇒ 2) 24
2) 12
6

⇒ 2) 24
2) 12
2) 6
3

रूढ सङ्ख्या आयो ।

त्यसैले,

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

त्यस्तै, 90 लाई रूढ खण्डीकरण गर्दा,

2	90
3	45
3	15
	5

90 जोर सङ्ख्या हो । त्यसैले 2 ले भाग लाग्छ । 45 लाई 3 ले भाग लाग्छ । फेरि 15 लाई 3 ले भाग लाग्छ अब 5 रूढ सङ्ख्या हो । त्यसैले यही रोकौँ ।

रूढ खण्डीकरण गर्दा दिइएको संयुक्त सङ्ख्यालाई 2, 3, 5, 7, 11 ...... गरी रूढ सङ्ख्याहरूले क्रमश: भाग गरी भागफल राख्ने र फेरि भागफललाई नै भाग गर्दै जानुपर्छ ।

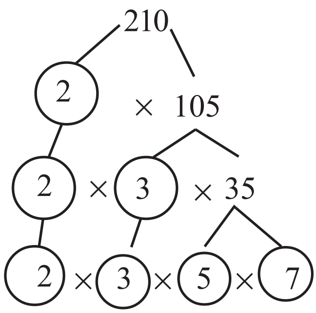
उदाहरण 1

सङ्ख्या 210 लाई रूढ खण्डीकरण गर ।

(i) गुणनखण्ड वृक्ष (Factor Tree) बनाएर (ii) भाग विधिबाट,

उत्तर

(i)



$\therefore 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

(ii)

2	210
3	105
5	35
	7

($\therefore$ 1 + 0 + 5 = 6 लाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ ।)

$\therefore 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

उदाहरण 2

(i) 75 र 90 लाई रूढ खण्डीकरण गर ।

(ii) साझा रूढ सङ्ख्याहरूका गुणनफल पनि लेख ।

(iii) के यो गुणनफलले 75 र 90 दुवैलाई नि:शेष भाग लाग्छ ?

उत्तर

(i)

3	75
5	25
	5

2	90
3	45
3	15
	5

$75 = 3 \times 5 \times 5$

$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

(ii)

$75 = 3 \times 5 \times 5$

$90 = 2 \times 3 \times 5 \times 3$

$\therefore$ साझा रूढ सङ्ख्याहरू 3 □ 5

तिनीहरूको गुणनफल $= 3 \times 5 = 15$

(iii)

```
   5           6
15) 75     15) 90
   -75         -90
    0           0
```

त्यसैले, साझा रूढ सङ्ख्याहरूको गुणनफल 15 ले 75 र 90 दुवैलाई नि:शेष भाग लाग्छ ।

अभ्यास 9.6 (क)

1. (क) तलका प्रत्येक सङ्ख्याका गुणनखण्डलाई गुणनखण्ड वृक्ष (Factor Tree) बनाएर निकाल :

(i) 18 (ii) 20 (iii) 46 (iv) 72

(ख) तलका प्रत्येक सङ्ख्याको भाग विधिबाट रूढ खण्डीकरण गर :

(i) 21 (ii) 30 (iii) 56 (iv) 80

(v) 105 (vi) 144 (vii) 275 (viii) 625

2. तलका सङ्ख्याका साझा रूढ सङ्ख्याहरूका गुणनफल निकाल :

(क) 18 र 20 (ख) 20 र 21 (ग) 72 र 144

(घ) 105 र 275 (ङ) 275 र 625

9.8 महत्तम समापवर्तक र लघुत्तम समापवर्त्य (H.C.F. and L.C.M.)

महत्तम समावर्तक (Highest Common Factor)

12 का गुणनखण्डहरूको समूह

$F_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ छ ।

त्यस्तै, 18 का गुणनखण्डहरूको समूह

$F_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ छ ।

यी दुई समूह F_{12} र F_{18} का साझा गुणनखण्डहरूको समूह = {1, 2, 3, 6} हुन्छ । अर्थात् 12 र 18 का साझा गुणनखण्डहरू 1, 2, 3 र 6 हुन्छन् । यसमा सबैभन्दा ठुलो साझा गुणनखण्ड 6 छ ।

अत: महत्तम समापवर्तक 6 हुन्छ । महत्तम समापवर्तकलाई छोटकरीमा लेख्दा म.स. लेखिन्छ । त्यस्तै म.स. को अङ्ग्रेजीमा लेख्दा Highest Common Factor लेखिन्छ । यसको छोटकरी H.C.F. हुन्छ ।

दिइएका प्राकृतिक सङ्ख्याहरूका साझा गुणनखण्डमध्ये सबैभन्दा ठुलो साझा गुणनखण्डलाई महत्तम समापर्वतक (Highest Common Factor) भन्दछन् । दिइएका सङ्ख्यालाई नि:शेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या हो ।

उदाहरण 1

15 र 20 को म.स. निकाल ।

यहाँ, 15 का रुढ गुणनखण्डहरू निकाल्दा,

$15 = 3 \times 5$ हुन्छ ।

त्यस्तै 20 का रुढ गुणनखण्डहरू निकाल्दा,

$20 = 2 \times 2 \times 5$ हुन्छ ।

यसमा साझा गुणनखण्ड 5 हो ।

तसर्थ म.स. = 5 हुन्छ ।

उदाहरण 2

18 ओटा कागती र 24 ओटा स्याउ बढीमा कति जनालाई बराबर हुने गरी बाँड्न सकिएला ? प्रत्येकले कति कतिओटा फलफूल पाउँछन् होला ?

उत्तर :

यहाँ $18 = 2 \times 3 \times 3$

र $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

यहाँ, साझा गुणनखण्डहरू 2 र 3 हुन् ।

तसर्थ, म.स. $= 2 \times 3 = 6$ हुन्छ ।

त्यसैले कागती र स्याउ 6 जनालाई बराबर हुने गरी बाँड्न सकिन्छ ।

अब 6 ले 18 लाई भाग गर्दा,

$$\begin{array}{r|l} & 3 \\ 6) & 18 \\ & 18 \\ & \times \end{array}$$

प्रत्येकले 3 ओटा कागती पाउँछन् ।

त्यस्तै 6 ले 24 लाई भाग गर्दा,

$$\begin{array}{r|l} & 4 \\ 6) & 24 \\ & 24 \\ & \times \end{array}$$

प्रत्येकले 4 ओटा स्याउ पाउँछन् ।

अभ्यास 9.7 (क)

1. **तल दिइएका सङ्ख्याहरूको गुणनखण्डको समूह बनाएर म.स. निकाल :**

   (क) 4, 6 (ख) 6, 9 (ग) 8, 12

   (घ) 9, 18 (ङ) 9, 12 (च) 8, 16

2. **तल दिइएका सङ्ख्याहरूको रूढ खण्डीकरण विधिबाट म.स. निकाल :**

   (क) 12, 15 (ख) 12, 30 (ग) 16, 40

   (घ) 18, 27 (ङ) 27, 36 (च) 24, 60

3. 18 र 45 लाई नि:शेष भाग लाग्ने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या निकाल ।

4. 9 ओटा सुन्तला र 12 ओटा स्याउ बढीमा कति जनालाई बराबर हुने गरी बाँड्न सकिएला ? प्रत्येकले हरेक फलफूल कति कतिओटा पाउँछन् होला ?

5. 12 ओटा कागती र 18 ओटा सुन्तला बढीमा कति जनालाई बराबर हुने गरी बाँड्न सकिएला र प्रत्येकले कति कति ओटा पाउँछन् होला ?

6. एउटा भाँडोमा 30 लिटर र अर्कोमा 50 लिटर दुध रहेछ । प्रत्येक भाँडो खाली गर्ने गरी नाप्न सकिने सबैभन्दा ठुलो नापको अर्को छुट्टै भाँडोमा कति लिटर अटाउला ?

7. एउटा आयताकार चोकको लम्बाइ 12 मि. र चौडाइ 9 मि. रहेछ । यसलाई एउटै साइजका वर्गाकार मार्वल छाप्नुपर्दा सबैभन्दा ठुलो साइजको वर्गाकार मार्बलको लम्बाइ कति होला ?

8. एउटा टोकरीमा 25 ओटा अम्बा र अर्कोमा 30 ओटा नासपाती छन् । प्रत्येक टोकरीबाट एक पटकमा सबैभन्दा धेरै अम्बा र नासपाती कति कति ओटा झिक्दा दुवै टोकरी एकसाथ खाली होलान् ?

लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Multiple)

2 र 3 का अपवर्त्यहरू (Multiples) लाई समूह बनाउँदा तल दिइएअनुसार बनाउन सकिन्छ ।

2 का अपवर्त्यहरूको समूह

$M_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 \ldots\}$ हुन्छ ।

3 का अपवर्त्यहरूको समूह

$M_3 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30 \ldots\}$ हुन्छ ।

अब सङ्ख्याहरू 2 र 3 का साझा अपवर्त्यहरू (Common Multiples) को

समूह $= \{6, 12, 18 \ldots\ldots\}$ हुन्छ ।

यो समूहका सदस्य 6 लाई सङ्ख्याहरू 2 र 3 को सबैभन्दा सानो समापवर्त्य अथवा लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Multiple) भनिन्छ । यसलाई छोटकरीमा लेख्दा ल.स. लेखिन्छ र अङ्ग्रेजीमा लेख्दा L.C.M. लेखिन्छ ।

दुई वा दुईभन्दा बढी प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको लघुत्तम समापवर्त्य भनेको ती सङ्ख्याहरूले निःशेष भाग लाग्ने सबभन्दा सानो प्राकृतिक सङ्ख्या हो ।

उदाहरण 3

4 र 6 को लघुत्तम समापवर्त्य निकाल ।

उत्तर :

यहाँ 4 र 6 को रूढ गुणनखण्ड निकाल्दा,

$4 = 2 \times 2$ र $6 = 2 \times 3$ हुन्छ ।

त्यसैले ल.स. $= 2 \times 2 \times 3 = 12$ हुन्छ ।

किनकि साझा गुणनखण्ड भनेको म.स. हो ।

यहाँ म.स. 2 छ ।

दुई सङ्ख्याका लागि सङ्ख्याहरूको ल.स. = म.स. × बाँकी गुणनखण्डहरू

उदाहरण 4

दुई ओटा घन्टीहरू क्रमशः 20 मिनेट र 24 मिनेटको अन्तरमा बज्छन् । यदि 10 बजे बिहान ती घन्टीहरू एकैचोटि बजे भने दोस्रोपटक कति समयपछि एकैसाथ बज्लान् ?

उत्तर :

यहाँ 20 मिनेट $= 2 \times 2 \times 5$

र 24 मिनेट $= 2 \times 2 \times 2 \times 3$

यसमा म.स. = $2 \times 2 = 4$ हुन्छ

60) 120 (2 घण्टा
 - 120
 0

त्यसैले, ल.स. $= 4 \times 5 \times 2 \times 3 = 120$ मिनेट हुन्छ । 120 मिनेट = 2 घन्टा हुन्छ ।

∴ दोस्रो पटक 2 घन्टापछि (12 बजे) एकैसाथ उक्त घन्टीहरू बज्छन् ।

अभ्यास 9.7 (ख)

1. **तलका प्रत्येक सङ्ख्याहरूको अपवर्त्यहरूको समूह बनाई ल.स. निकाल :**

(क) 3, 5 (ख) 4, 6 (ग) 6, 8 (घ) 8, 10

(ङ) 8, 12 (च) 6, 7 (छ) 9, 12 (ज) 6, 9

2. **तल दिइएका प्रत्येक सङ्ख्याहरूको रूढ खण्डीकरण विधिबाट ल.स. निकाल :**

(क) 6, 9 (ख) 9, 12 (ग) 8, 12 (घ) 10, 14

(ङ) 14, 20 (च) 20, 24 (छ) 24, 30 (ज) 24, 36

3. दुई ओटा घन्टीहरू क्रमशः 24 मिनेट र 30 मिनेटको अन्तरमा बज्छन् । यदि 9 बजे बिहान ती घन्टीहरू एकैसाथ बजे भने दोस्रोपटक कति समयपछि एकै साथ बज्लान् ?

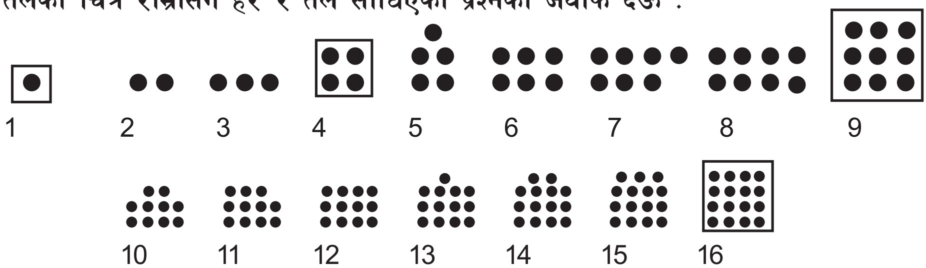
4. दुईओटा संस्थाहरूमध्ये पहिलो संस्थाको बैठक हरेक 4 हप्तामा र दोस्रो संस्थाको बैठक हरेक 6 हप्ता बस्दो रहेछ । यदि 2068 साल वैशाख 2 गते दुईओटै संस्थाले एकै चोटि बैठक गरे भने दोस्रोपटक कति हप्तापछि फेरि एकै दिन बैठक बस्ला ? 2068 सालको पात्रो हेरेर त्यो दिन कुन महिनाको कति गते पर्दो रहेछ, पत्ता लगाऊ ।

5. एउटा मोटरसाइकलमा हरेक 80 कि.मि. गुडेपछि पेट्रोल भर्नुपर्छ र 100 कि.मि. गुडेपछि मोबिल फेर्नुपर्छ । यी कार्यहरू एकैपटक गरेपछि अब कति दुरी पार गरेपछि पुनः दुवै कार्यहरू एकैपल्ट गर्नुपर्ला ?

9.9 पूर्ण वर्गसङ्ख्या र वर्गमूल (Perfect square number and square root)

पूर्ण वर्गसङ्ख्या (Perfect square number)

तलको चित्र राम्रोसँग हेर र तल सोधिएका प्रश्नको जवाफ देऊ :



(a) चित्रमा घेराभित्र राखिएको सङ्ख्या जनाउने बिन्दुहरूको ढाँचा (Dot Pattern) अरू सङ्ख्याको बिन्दुहरूको ढाँचाभन्दा किन फरक छ ?

(b) के चित्रमा भएका अरू सङ्ख्याहरूलाई घेराभित्र राखेको सङ्ख्याको अर्थात् बिन्दुहरूको ढाँचामा मिलाउन सकिन्छ, कसरी ?

(c) घेराभित्र राखिएका बिन्दुहरूको ढाँचाले केको आकृति बनाएका छन् ?

(d) वर्गभित्र राखिएका बिन्दुहरूको ढाँचामा एकलहरको बिन्दुको सङ्ख्या थाहा भए पुरै ढाँचामा कतिओटा बिन्दुहरू छन् भनेर कसरी थाहा पाउन सकिन्छ ?

(e) के वर्गभित्र परेका बिन्दुहरूको ढाँचाले जनाउने सङ्ख्याहरूलाई $1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4$ गरेर लेख्न सकिन्छ ?

(f) प्रश्न (e) बाट आउने सङ्ख्याको लहरमा अरू 3-3 ओटा यस्ता सङ्ख्याहरू थप्न सकिन्छ ?

कुनै सङ्ख्यालाई बिन्दुहरूको ढाँचामा व्यक्त गर्दा बिन्दुहरूलाई एउटा वर्गाकार आकृतिमा मिलाउन सकिन्छ भने त्यस्ता सङ्ख्यालाई पूर्ण वर्गसङ्ख्या भनिन्छ अथवा,
कुनै सङ्ख्यालाई दुई ओटा उस्ताउस्तै गुणनखण्डहरूको गुणनफलमा व्यक्त गर्न सकिन्छ भने त्यस्ता सङ्ख्यालाई पूर्ण वर्गसङ्ख्या भनिन्छ ।

जस्तै :

$4 = 2 \times 2$	$16 = 4 \times 4$	$36 = 6 \times 6$
$9 = 3 \times 3$	$25 = 5 \times 5$	$49 = 7 \times 7$

उदाहरण 1

125 र 121 पूर्ण वर्गसङ्ख्याहरू हुन् वा हैनन् छुट्याऊ ।

उत्तर

यहाँ, $125 = 5 \times 5 \times 5$ (रूढ खण्डीकरणबाट)

र $121 = 11 \times 11$

त्यसैले, 121 पूर्ण वर्गसङ्ख्या हो तर 125 पूर्ण वर्गसङ्ख्या होइन ।

उदाहरण 2

125 लाई पूर्ण वर्गसङ्ख्या बनाउन कुन सानो सङ्ख्याले गुणन गर्नुपर्ला ?

उत्तर

यहाँ,

$125 = 5 \times 5 \times 5$

अब, दुवैतिर 5 ले गुणा गर्दा,

$125 \times 5 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$

अथवा, $625 = 25 \times 25$

त्यसैले, 125 लाई 5 ले गुणा आउने सङ्ख्या 625 पूर्ण वर्गसङ्ख्या हुन्छ ।

उदाहरण 3

13 को वर्गसङ्ख्या कति हुन्छ ?

उत्तर

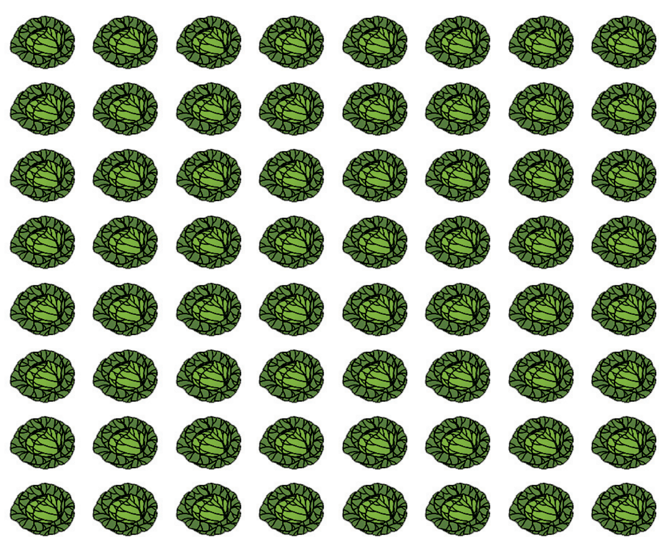
यहाँ, 13 को वर्गसङ्ख्या निकाल्नु भनेको 13 लाई 13 ले गुणन गरेर गुणनफलमा व्यक्त गर्नु हो ।

त्यसैले 13 को वर्गसङ्ख्या $= 13 \times 13 = 169$ हो ।

द्रष्टव्य : $169 = 13 \times 13$ अथवा $169 = 13^2$ लेखिन्छ । यसलाई पढ्दा Thirteen squared भनेर पढिन्छ ।

पूर्ण वर्गसङ्ख्याको वर्गमूल (square root of a perfect square number)

चित्रमा एउटा खेतमा 64 ओटा बन्दाका बिरुवाहरूलाई वर्गाकार रूपमा मिलाएर रोपेको छ । प्रत्येक किनारामा कति कति ओटा बिरुवा रोपिएका रहेछन् ?



चित्रमा हरेक किनारामा 8 ओटा बिरुवा पर्ने गरी रोपिएको रहेछ । त्यसैले, यहाँ $64 = 8 \times 8$ हुन्छ । अतः पूर्ण वर्गसङ्ख्या 64 हो र 64 को वर्गमूल 8 हो ।

पूर्ण वर्गसङ्ख्याका दुई ओटा उस्ताउस्तै गुणनखण्डमध्ये एउटालाई त्यो सङ्ख्याको वर्गमूल (square root) भनिन्छ, जस्तै : a^2 मा पूर्ण वर्गसङ्ख्या हो । $a^2 = a \times a$ हुन्छ र a वर्गमूल हुन्छ ।

वर्गमूल तालिका (1 -100 सम्म)

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1									
2		4								
3			9							
4				16						
5					25					
6						36				
7							49			
8								64		
9									81	
10										100

माथिको तालिका अध्ययन गर र निम्नलिखित प्रश्नहरूको उत्तर देऊ :

(क) यदि 4 को वर्ग, $4 \times 4 = 4^2 = 16$ हुन्छ भने 9 को वर्गसङ्ख्या कति हुन्छ ?

(ख) 5 र 8 का वर्गसङ्ख्याहरू लेख ।

(ग) 36 र 100 का वर्गमूल कति कति हुन्छ ?

अभ्यास 9.8

1. **मान निकाल :**

(क) 1^2 (ख) 0^2 (ग) 4^2 (घ) 7^2

(ङ) 9^2 (च) 3^2 (छ) 6^2 (ज) 10^2

2. **तलका प्रत्येक सङ्ख्याको वर्गसङ्ख्या कति हुन्छ :**

(क) 1 (ख) 2 (ग) 3 (घ) 4

(ङ) 9 (च) 10 (छ) 15 (ज) 25

3. **वर्गमूल निकाल (खण्डीकरण विधिबाट) :**

(क) 25 (ख) 36 (ग) 64 (घ) 81

(ङ) 121 (च) 144 (छ) 324 (ज) 625

4. **तलका प्रत्येक सङ्ख्यालाई कुन सानो सङ्ख्याले गुणन गर्दा पूर्ण वर्गसङ्ख्या हुन्छ ?**

(क) 72 (ख) 108 (ग) 125 (घ) 192

5. कुनै सेनापतिले हरेक लहरमा 64 जना पर्ने गरी सिपाहीहरूलाई वर्गाकार रूपमा मिलाएर राख्दा 219 जना सिपाही बढी हुन आएछन् भने

(क) जम्मा कति सिपाहीहरू रहेछन् ?

(ख) सबैलाई वर्गाकार रूपमा मिलाउन कम्तीमा कति जना सिपाही थप्नुपर्ला ?

6. लम्बाइ र चौडाइ दुवैतिर 49/49 ओटा बिरुवा पर्ने गरी वर्गाकार रूपमा रोप्दा कति बिरुवा चाहिन्छन् होला ?

7. वृक्षरोपण कार्यक्रममा जतिजना सहभागी थिए त्यतिकै सङ्ख्यामा प्रत्येकले बिरुवा रोप्दै जाँदा जम्मा 1225 ओटा बिरुवा रोपिएछन् भने कति जना सहभागीहरूले भाग लिएका रहेछन् ?

8. **तल दिइएको ढाँचा पूरा गर :**

$1 = 1^2$

$1 + 3 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 3^2$

1 + 3 + 5 + 7 = ...

1 + 3 + 5 + 7 + 9 = ...

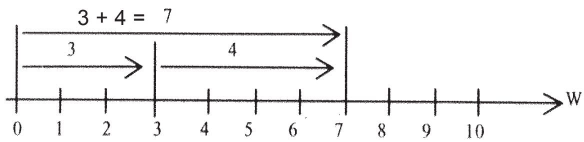
1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = ...

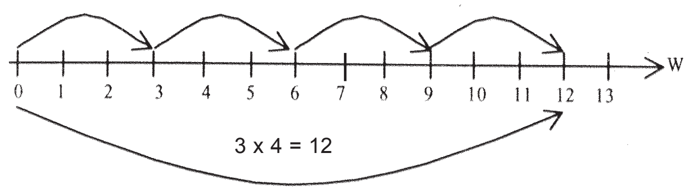
1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = ...

एकाइ 10 पूर्णाङ्क (Integers)

पूर्णाङ्कको परिचय (introduction of integers)

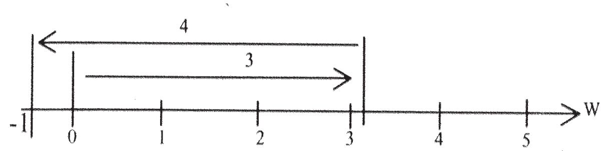
पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह W = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ... } बाट कुनै दुई ओटा सङ्ख्याहरू लेऊ । मानौँ, ती सङ्ख्याहरू 3 र 4 हुन् । अब 3 र 4 को योगफल 7 हुन्छ र गुणनफल 12 हुन्छ । यी दुई क्रियालाई सङ्ख्या रेखामा देखाउँदा,



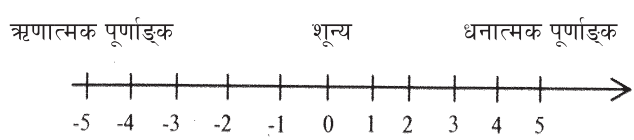


यहाँ योगफल जनाउने सङ्ख्या 7 र गुणनफल जनाउने सङ्ख्या 12 दुवै पूर्ण सङ्ख्या हुन् । त्यसरी नै पूर्ण सङ्ख्याका अरू सदस्यहरूको जोड वा गुणन क्रियाबाट आउने सङ्ख्या पनि पूर्ण सङ्ख्या नै हुन्छ तर घटाउ क्रिया गर्दा के हुन्छ होला ?

3 – 4 = कति होला ? माथिको सङ्ख्यारेखामा यो क्रिया देखाउन सकिँदैन । अब तलको सङ्ख्यारेखामा हेरौँ :



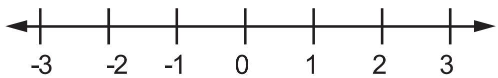
सङ्ख्यारेखाबाट 3 – 4 भनेको 0 भन्दा 1 एकाइ कम हुने सङ्ख्या भन्ने थाहा हुन्छ । यसलाई -1 लेखौँ । त्यसरी नै 3 – 5 = -2 (0 भन्दा दुई एकाइ कम); 3 – 6 = -3 इत्यादि । यसरी हेर्दा हाम्रो सङ्ख्यारेखाको विस्तार 0 देखि बायाँतिर हुँदै जान्छ ।



सङ्ख्याहरूको यो समूह Z = {....., -2, -1, 0, 1, 2, ...} लाई पूर्णाङ्कको समूह भनिन्छ र पूर्णाङ्कको समूहमा घटाउ क्रिया परिभाषित हुन्छ । सङ्ख्यारेखामा 0 लेखेको स्थानलाई उद्गम बिन्दु (Point of Reference) भनिन्छ । उद्गम बिन्दुबाट दायाँतिरका सङ्ख्याहरू (+) धनात्मक (Positive) छन् । यी

सङ्ख्याहरूको समूह Z^+ = {+1, +2, +3, +4 …..} लाई धनात्मक पूर्णाङ्कहरू (Positive Integers) को समूह भनिन्छ । उद्गम विन्दुबाट बायाँतिरका सङ्ख्याहरू ऋणात्मक (-) हुन्छन् । यी सङ्ख्याहरूको समूह Z^- = {-1, -2, -3, -4 …..} लाई ऋणात्मक पूर्णाङ्कहरू (Negative Integers) को समूह भनिन्छ ।

दायाँतिर जाँदा सङ्ख्या बढ्दै जान्छन् र बायाँतिर जाँदा सङ्ख्याको मान घट्दै जान्छन् ।



पूर्णाङ्कहरूको समूह भन्नाले धनात्मक पूर्णाङ्कहरू, ऋणात्मक पूर्णाङ्कहरू र 0 (शून्य) समावेश भएका सङ्ख्याहरूको समूहलाई बताउँछ ।

द्रष्टव्य :- '0' ऋणात्मक वा धनात्मक सङ्ख्या कुनै पनि होइन ।

अभ्यास 10

1. **सङ्ख्यारेखाका आधारमा निम्न लिखित प्रश्नको जवाफ देऊ :**

   (क) 0 भन्दा सानो सङ्ख्या उद्गम बिन्दुबाट कतापट्टि पर्छ ?

   (ख) 0 भन्दा ठुलो सङ्ख्या उद्गम बिन्दुबाट कतापट्टि पर्छ ?

   (ग) दिइएको कुनै सङ्ख्याभन्दा 1 एकाइ सानो सङ्ख्या दिइएको सङ्ख्याबाट कतापट्टि पर्छ ?

   (घ) दिइएको कुनै सङ्ख्याभन्दा 1 एकाइ ठुलो सङ्ख्या दिइएको सङ्ख्याको कतापट्टि रहेको हुन्छ ?

   (ङ) -6 र -5 मा कुन ठूलो ?

   (च) -8 र -7 मा कुन सानो ?

   (छ) -5 र 3 को बिचमा कति ओटा पूर्णाङ्कहरू छन् ?

2. **सङ्ख्यारेखाका आधारबाट निम्नलिखित सङ्ख्याभन्दा 3 एकाइ बायाँतिर रहेका सङ्ख्या लेख :**

   (क) 5 (ख) 2 (ग) 0 (घ) -1 (ङ) -3

3. **तलका दुई सङ्ख्याहरूको बिचमा मिल्नेगरी (>) वा (<) चिह्न राख :**

   (क) +7 □ -3 (ख) +3 □ +5 (ग) -3 □ -2

   (घ) -5 □ -7 (ङ) -5 □ +2 (च) +5 □ -5

4. -13 र +5 का बिचमा कतिओटा पूर्णाङ्कहरू हुन्छन् ?

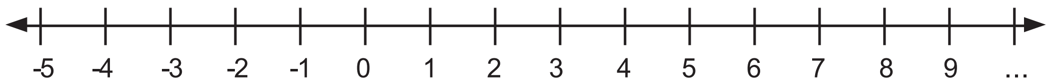
5. हरि एउटा सालिकबाट सिधा 4 कि.मि. पूर्व पर्ने स्थानमा छ । राम 2 कि.मि. पश्चिममा पर्ने स्थानमा छ । यो जानकारीलाई सङ्ख्यारेखामा पूर्णाङ्कको प्रयोग गरी देखाऊ । साथै राम र हरिबिचको दुरी पनि निकाल ।

एकाइ 11

आनुपातिक सङ्ख्याहरू (Rational Numbers)

परिचय

तलका चित्रमा पूर्णाङ्कहरूलाई सङ्ख्यारेखामा देखाइएको छ ।



- सङ्ख्यारेखामा रहेका कुनै दुई पूर्णाङ्कहरू जोड ।

  जस्तै : 5 + 3 = 8 हुन्छ । 8 पूर्णाङ्क हो ।

- सङ्ख्यारेखामा रहेका कुनै दुई पूर्णाङ्क घटाऊ ।

  जस्तै : 5 - 8 = - 3 हुन्छ । -3 पूर्णाङ्क हो ।

- सङ्ख्यारेखामा रहेका कुनै दुई पूर्णाङ्कहरू गुणा गर ।

  जस्तै : 5 x 3 = 15 हुन्छ । 15 पूर्णाङ्क हो ।

- सङ्ख्यारेखामा रहेका कुनै दुई पूर्णाङ्कहरूको भाग गर ।

  जस्तै : 3 ÷ 5 = 3/5 हुन्छ । के 3/5 सङ्ख्यारेखामा देखिन्छ ?

यहाँ, 8, -3 र 15 पूर्णाङ्कहरू हुन् । तर 3/5 पूर्णाङ्क होइन ।

3/5 लाई आनुपातिक सङ्ख्या (rational number) भनिन्छ ।

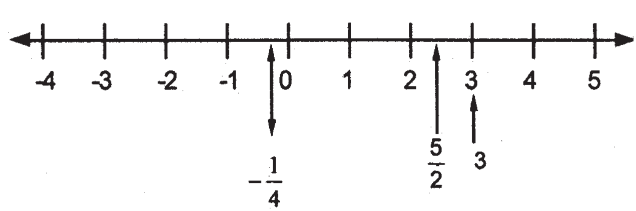
-3/5, 1/2, 8, -1/5 आनुपातिक सङ्ख्याहरूका उदाहरणहरू हुन् ।

यदि a र b दुईओटा पूर्णाङ्कहरू हुन् र b ≠ 0 भए a/b का रूपमा व्यक्त गरिएका सङ्ख्याहरूलाई आनुपातिक सङ्ख्याहरू (Rational Numbers) भनिन्छ । यसलाई 'Q' अक्षरले जनाइन्छ ।

उदाहरण

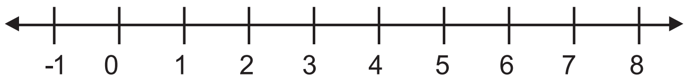
सङ्ख्यारेखामा आनुपातिक सङ्ख्याहरू $\frac{5}{2}$, 3 र $-\frac{1}{4}$ देखाऊ ।

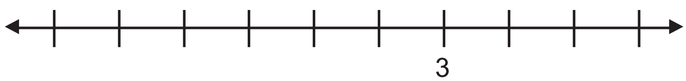
उत्तर

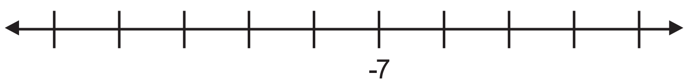


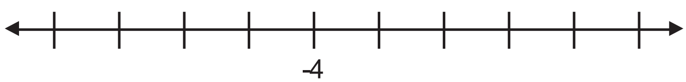
अभ्यास 11

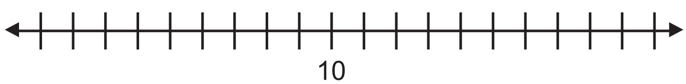
1. तल दिइएका सङ्ख्या रेखाहरू (a) मा देखाइए जस्तै पूरा गर :

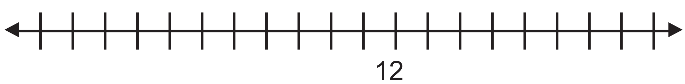
(a)


(b)


(c)


(d)


(e)


(f)


2. तलका कुन कुन सङ्ख्याहरू आनुपातिक सङ्ख्याहरू हुन् ?

(a) $\frac{22}{7}$ (b) $-\sqrt{14}$ (c) $-\frac{4}{5}$ (d) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (e) $\frac{1}{9}$ (f) $\frac{4}{16}$

3. सङ्ख्यारेखा खिची $-\frac{1}{2}, \frac{9}{2}, 3\frac{1}{2}, 9, -\frac{5}{3}$ देखाऊ ।

4. तलका तथ्यमध्ये ठिक र बेठिक छुट्याऊ :

(a) हरेक पूर्णाङ्क सङ्ख्या आनुपातिक सङ्ख्या हो ।

(b) सबै अनुपातिक सङ्ख्याहरू पूर्णाङ्क हुन् ।

(c) प्राकृतिक सङ्ख्याहरू अनुपातिक सङ्ख्या होइनन् ।

(d) जोर र बिजोर दुवै सङ्ख्या अनुपातिक सङ्ख्याहरू होइनन् ।

(e) सबै रूढ सङ्ख्यालाई अनुपातिक सङ्ख्या भनिन्छ ।

एकाइ 12 भिन्न र दशमलव (Fraction and Decimal)

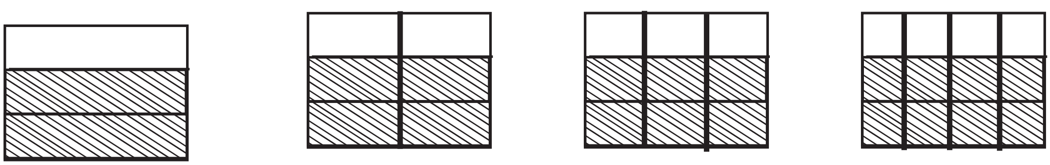
12.1 पुनरावृत्ति

समतुल्य भिन्नहरू (Equivalent fractions)

अघिल्ला कक्षाहरूमा पढिसकेका भिन्नसम्बन्धी विषयवस्तुको पुनरावृत्ति गरौँ :

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$

चित्रमा देखाइएका छाया पारिएका भागहरूले क्रमश $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ र $\frac{4}{8}$ जनाउँछन् । यस्ता भिन्नहरूलाई समतुल्य भिन्न भनिन्छ ।



$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{8}{12}$

चित्रमा देखाइएका छाया पारिएका भागहरूले क्रमशः $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}$ जनाउँछन् ।

यी सबै समतुल्य भिन्नहरू हुन् ।

भिन्नको लघुत्तम पद (Lowest term of a fraction)

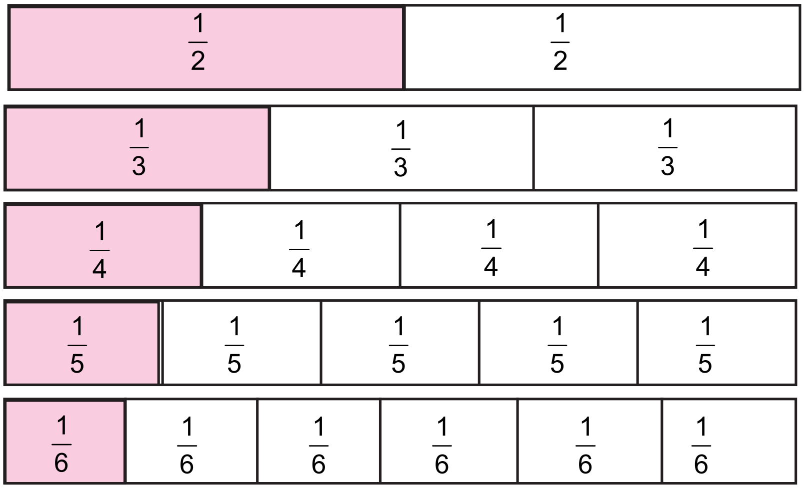
$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4}$ अथवा $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$

यहाँ, $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ र $\frac{4}{8}$ सबै $\frac{1}{2}$ सँग बराबर छन् ।

$\frac{1}{2}$ भिन्नको अंश र हरमा कुनै पनि साझा गुणनखण्ड नभएकाले यसलाई $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ र $\frac{4}{8}$ को लघुत्तम पद भनिन्छ ।

त्यसैगरी $\frac{4}{6}, \frac{8}{12}, \frac{12}{18}, \frac{16}{24}$ भिन्नहरूको लघुत्तम पद $\frac{2}{3}$ हो ।

भिन्नहरूको तुलना (Comparison of Fractions)



यी भिन्नहरूका अंश कति छन् ?

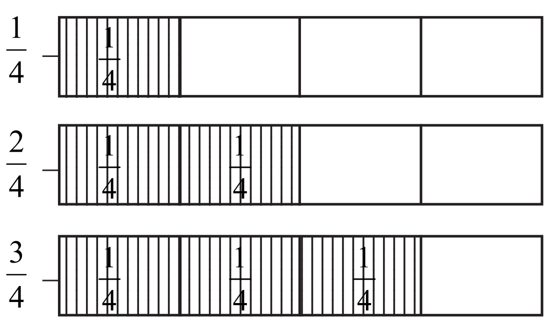
के यी भिन्नका हरहरू एउटै छन् ? छैनन् भने हर बढ्दो छ कि घट्दो ?

भिन्नको अंश उही तर हर बढ्दै जाँदा के असर पर्दो रहेछ ?

भिन्नको अंश उही तर हर घट्दै जान्छ भने भिन्नमा के असर पर्दो रहेछ ?

द्रष्टव्य : यदि दुई वा दुईभन्दा बढी भिन्नहरूमा अंश एउटै छ भने हर सानो भएको भिन्न ठुलो हुन्छ ।

तल दिइएका चित्रहरूबाट जनाउने भिन्नलाई एकपटक हेरौँ :



$$\frac{1}{4} < \frac{2}{4} < \frac{3}{4}$$

- यी भिन्नहरूमा हर कति कति छन् ?
- अनि अंशहरू बढ्दो छ कि घट्दो ?
- भिन्नको हर उही तर अंश घट्दै जान्छ भने भिन्नमा के असर पर्छ ?

द्रष्टव्य : दुई वा दुईभन्दा बढी भिन्नहरूमा हर एउटै छ भने अंश ठुलो भएको भिन्न नै ठुलो हुन्छ ।

कुनै दुई वा दुईभन्दा बढी भिन्नहरूको तुलना गर्दा,

- हर एउटै छ भने अंशमात्र दाँज्दा जुन भिन्नको अंश ठुलो हुन्छ त्यही भिन्न ठुलो हुन्छ ।
- हर फरक फरक छन् भने अंश र हरलाई साझा गुणनखण्डले गुनेर एउटै हर भएका (like fractions) भिन्नहरूमा बदलेर भिन्नहरूको तुलना गर्न सकिन्छ ।

उदाहरण 1

$\frac{3}{5}$ र $\frac{2}{3}$ तुलना गर :

उत्तर

यहाँ, दुवै भिन्नका हर फरक फरक छन् । तसर्थ, हर एउटै बनाउन हरहरू 5 र 3 को ल.स. निकालौँ ।
यहाँ 5 र 3 को ल.स. = 5 x 3 = 15 हुन्छ ।

$\frac{3}{5}$ लाई हर र अंशमा 3 ले गुणन गर्दा, $\frac{3}{5} = \frac{3\times3}{5\times3} = \frac{9}{15}$ (हर 5 लाई 15 बनाउन हर र अंशलाई 3 ले गुणा गरेको ।)

$\frac{2}{3}$ को हर र अंशमा 5 ले गुणन गर्दा, $\frac{2}{3} = \frac{2\times5}{3\times5} = \frac{10}{15}$ (हर 3 लाई 15 बनाउन हर र अंशलाई 5 ले गुणा गरेको ।)

अब, दुवै भिन्नको हर एउटै छ र अंशहरूमा $9 < 10$

त्यसकारण, $\frac{9}{15} < \frac{10}{15}$

त्यसैले $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$ अथवा $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$

उदाहरण 2

भिन्नहरू $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ र $\frac{3}{4}$ लाई ठुलोदेखि सानो क्रममा मिलाएर लेख ।

उत्तर

यहाँ, हरहरू फरक फरक छन्, त्यसैले एउटै हर भएका भिन्नहरू बनाउनुपर्छ ।
हरहरू 2, 3 र 4 को ल.स. निकालौँ जुन 12 हुन्छ ।

$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1\times6}{2\times6} = \frac{6}{12}$ (हर 2 लाई 12 बनाउन हर र अंश दुवैलाई 6 ले गुणा गरेको)

$\frac{2}{3} = \frac{2\times4}{3\times4} = \frac{8}{12}$ (हर 3 लाई 12 बनाउन हर र अंश दुवैलाई 4 ले गुणा गरेको)

$\frac{3}{4} = \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{9}{12}$ (हर 4 लाई 12 बनाउन हर र अंश दुवैलाई 3 ले गुणा गरेको)

अब, एउटै हर भएका भिन्नहरूलाई ठुलोदेखि सानो क्रममा राख्दा,

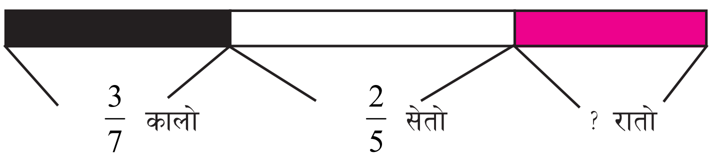
$\frac{9}{12}, \frac{8}{12}, \frac{6}{12}$ अर्थात् $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ हुन्छ ।

उदाहरण 3

एउटा लट्ठीको $\frac{3}{7}$ भाग कालो, $\frac{2}{5}$ भाग सेतो र बाँकी भाग रातो लगाइएको रहेछ । कुन रङको भाग बढी लगाएको रहेछ ?

उत्तर

पहिला चित्रमा विचार गरौँ :



लट्ठीको पूरा भागबाट कालो र सेतो लगाइएको भाग घटाएपछि रातो भाग कति रहेछ पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

लट्ठीको कालो र सेतो भाग $= \frac{3}{7} + \frac{2}{5}$

$= \frac{3 \times 5}{7 \times 5} + \frac{2 \times 7}{5 \times 7}$ (समान हर बनाएको)

$= \frac{15}{35} + \frac{14}{35} = \frac{29}{35}$

त्यसैले, लट्ठीको रातो भाग = (पूरा भाग) - (कालो र सेतो भाग)

$= 1 - \frac{29}{35}$ (पुरा भाग भनेका 1 हो ।)

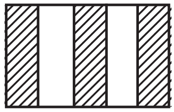
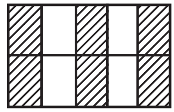
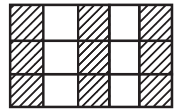
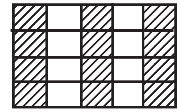
$= \frac{35}{35} - \frac{29}{35} = \frac{6}{35}$ (समान हर बनाएको)

त्यसकारण कालो, सेतो र रातो भाग क्रमश: $\frac{3}{7}, \frac{2}{5}$ र $\frac{6}{35}$ भयो ।

समान हर बनाउँदा क्रमश: $\frac{15}{35}, \frac{14}{35}$ र $\frac{6}{35}$ भएको हुनाले बढी रङ्गाइएको भाग कालो हो ।

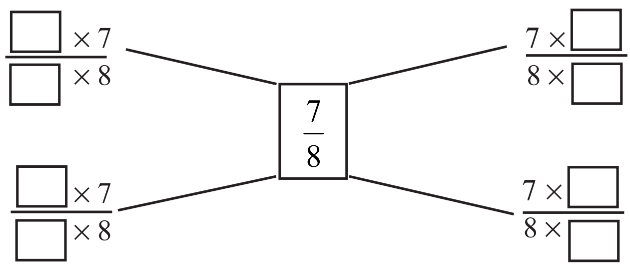
अभ्यास 12.1

1. **तलका चित्रहरूमा छाया पारिएका भागलाई भिन्नमा लेख :**

(a) 
(b) 
(c) 
(d) 

2. (a) $\frac{3}{5}$ को अंश र हरलाई 2, 3, 4 र 5 ले गुणन गरेर समतुल्य भिन्नहरू लेख ।

(b) निम्नानुसार खाली कोठामा भरेर $\frac{7}{8}$ का समतुल्य भिन्नहरू बनाऊ :



3. **तलका तालिका हेर र खाली कोठामा मिल्ने सङ्ख्या लेख :**

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

(a) $\frac{1}{5} = \frac{\square}{10}$ (b) $\frac{\square}{5} = \frac{6}{10}$ (c) $\frac{2}{\square} = \frac{4}{10}$

(d) $\frac{5}{5} = \frac{\square}{10}$ (e) $\frac{3}{5} = \frac{6}{\square}$ (f) $\frac{1}{\square} = \frac{2}{10}$

4. **तल दिइएका कुन कुन भिन्नहरू समतुल्य भिन्नहरू हुन् ?**

(a) $\frac{3}{4}$ र $\frac{12}{15}$ (b) $\frac{6}{7}$ र $\frac{12}{13}$ (c) $\frac{5}{9}$ र $\frac{25}{45}$ (d) $\frac{2}{3}$ र $\frac{18}{27}$

5. **लघुत्तम पदमा रूपान्तर गर :**

(a) $\frac{27}{108}$ (b) $\frac{84}{96}$ (c) $\frac{126}{396}$ (d) $\frac{52}{76}$ (e) $\frac{208}{312}$ (f) $\frac{150}{250}$

6. **तल दिइएका भिन्नहरू दाँज र बिचको खाली कोठामा $<$, $=$ वा $>$ चिह्न राख :**

(a) $\frac{1}{3} \square \frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{5} \square \frac{6}{10}$ (c) $\frac{1}{3} \square \frac{1}{4}$

(d) $\frac{2}{5} \square \frac{2}{6}$ (e) $\frac{3}{4} \square \frac{9}{12}$ (f) $\frac{1}{5} \square \frac{4}{15}$

7. **तल दिइएका भिन्नहरूलाई सानोदेखि ठुलो क्रममा मिलाएर लेख :**

(a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ र $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ र $\frac{9}{10}$

(c) $\frac{1}{6}, \frac{2}{9}$ र $\frac{5}{12}$ (d) $\frac{3}{10}, \frac{11}{30}$ र $\frac{7}{20}$

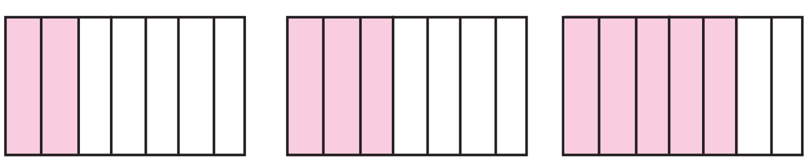
8. शीला र समीनालाई माइजूले एक एकओटा रोटी दिनुभयो । शीलाले $\frac{3}{8}$ भाग र समीनाले $\frac{5}{7}$ भाग रोटी मात्र खाइछन् भने कसले बढी रोटी खाए ?

9. कैलास घरमा जाँदा पूरा बाटोको $\frac{3}{7}$ भाग बसबाट, $\frac{1}{2}$ भाग ट्याक्सीबाट र बाँकी पैदल गएछन् भने उनले सबैभन्दा बढी दुरी कसरी पार गरे ?

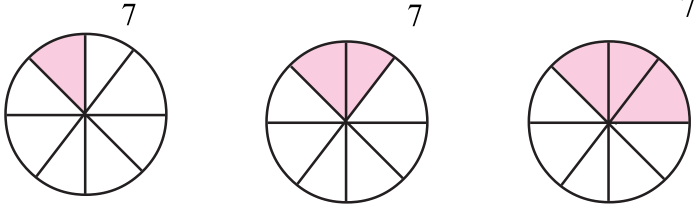
12.2 भिन्नहरूको जोड र घटाउ (Addition and subtraction of fractions)

समान हर भएका भिन्नहरूको जोड तथा घटाउ

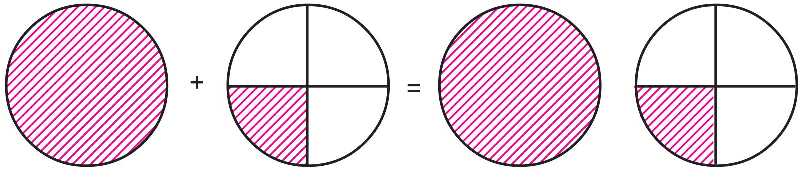
(क) **तलका चित्रहरू हेर र भिन्नहरू जोड्ने तरिका अध्ययन गर :**



$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$



$$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$



$= 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$

1 $\quad\quad \frac{1}{4}$

समान हर भएका भिन्नहरू जोड्दा साझा हरले अंशहरूको योगफललाई भाग गर्नुपर्दछ ।

उदाहरण 1

जोड : $\frac{5}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9}$

उत्तर

$$\frac{5}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5+2+1}{9} = \frac{8}{9}$$

उदाहरण 2

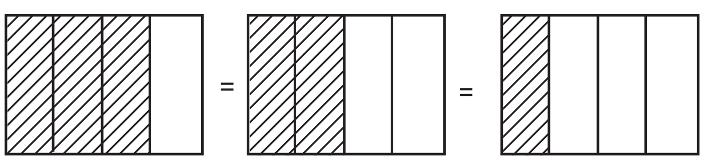
जोड : $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$

उत्तर

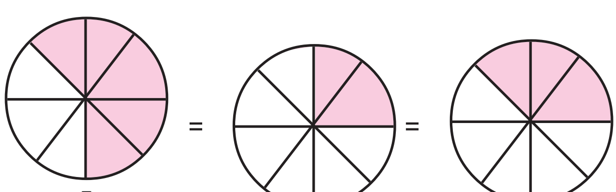
$$2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$$

(ख) तलका चित्रहरू हेर र भिन्नहरू घटाउने तरिका अध्ययन गर :

1.



$\frac{3}{4} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{1}{4}$



$\frac{5}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \frac{3}{8}$

यसरी, समान हर भएको भिन्न घटाउँदा साझा हरले अंशहरूको फरकलाई भाग गर्नुपर्दछ ।

उदाहरण 3

घटाऊ : $\frac{7}{10}-\frac{3}{10}$

उत्तर

$$\frac{7}{10}-\frac{3}{10}=\frac{7-3}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

उदाहरण 4

घटाऊ : $2\frac{5}{9}-1\frac{2}{9}$

उत्तर

$$2\frac{5}{9}-1\frac{2}{9}=\frac{23}{9}-\frac{11}{9}=\frac{23-11}{9}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$$

असमान हर भएका भिन्नहरूको जोड र घटाउ

तलका समस्याहरू राम्ररी अध्ययन गर र असमान हर भएका भिन्नहरू जोड्ने र घटाउने तरिका सिक :

उदाहरण 5

जोड : $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$

उत्तर

$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{1\times10}{2\times10}+\frac{2\times4}{5\times4}+\frac{3\times5}{4\times5}$ (साझा सङ्ख्याले हर र अंशलाई गुणा गरी समान हर बनाएको)

$$=\frac{10}{20}+\frac{8}{20}+\frac{15}{20}=\frac{10+8+15}{20}=\frac{33}{20}=1\frac{13}{20}$$

अर्को तरिका, $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{1\times10+4\times2+5\times3}{20}=\frac{10+8+15}{20}=\frac{33}{20}=1\frac{13}{20}$

उदाहरण 6

सरल गर : $1\frac{3}{10}+2\frac{1}{5}+4\frac{1}{20}$

उत्तर

$$1\frac{3}{10}+2\frac{1}{5}+4\frac{1}{20} = \frac{13}{10}+\frac{11}{5}+\frac{81}{20}$$

$$= \frac{13\times2}{10\times2}+\frac{11\times4}{5\times4}+\frac{81}{20}$$

$$= \frac{26}{20}+\frac{44}{20}+\frac{81}{20} = \frac{151}{20} = 7\frac{11}{20}$$

अर्को तरिका,

$$1\frac{3}{10}+2\frac{1}{5}+4\frac{1}{20}$$

$= (1+2+4)+\left(\frac{3}{10}+\frac{1}{5}+\frac{1}{20}\right)$ (पूर्णाङ्क छुट्टै जोड्ने र भिन्नहरू पनि छुट्टै जोड्ने ।)

$= 7+\left(\frac{3\times2}{10\times2}+\frac{1\times4}{5\times4}+\frac{1\times1}{20\times1}\right)$ (समान हर बनाएको ।)

$= 7+\left(\frac{6}{20}+\frac{4}{20}+\frac{1}{20}\right)$

$= 7\frac{11}{20}$

उदाहरण 7

घटाऊ : $\frac{3}{10}-\frac{1}{8}$

उत्तर

यहाँ, $\frac{3}{10}$ र $\frac{1}{8}$ असमान हर भएका भिन्नहरू हुन् । यस्ता भिन्न घटाउन दुवै भिन्नहरूलाई समान हर भएका भिन्नहरूमा बदल्नुपर्छ ।

$\frac{3}{10}=\frac{3\times4}{10\times4}=\frac{12}{40}$ र $\frac{1}{8}=\frac{1\times5}{8\times5}=\frac{5}{40}$

अब, $\frac{3}{10}-\frac{1}{8}=\frac{12}{40}-\frac{5}{40}=\frac{12-5}{40}=\frac{7}{40}$

अर्को तरिका,

$\frac{3}{10}-\frac{1}{8} = \frac{4\times3-5\times1}{40}$ (10 र 8 को ल.स. 40 लिएको)

$= \frac{12-5}{40} = \frac{7}{40}$

उदाहरण 8

$2\frac{5}{8}$ बाट $1\frac{1}{2}$ घटाऊ ।

उत्तर

यहाँ, $2\frac{5}{8}-1\frac{1}{2}$ $=\frac{21}{8}-\frac{3}{2}$ $=\frac{21}{8}-\frac{4\times3}{4\times2}$

$=\frac{21}{8}-\frac{12}{8}$ $=\frac{21-12}{8}$ $=\frac{9}{8}$ $=1\frac{1}{8}$

उदाहरण 9

हिसाब गर : $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}+\frac{5}{12}$

उत्तर

यहाँ, $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}+\frac{5}{12}$ $=\frac{8-3+5}{12}$ $=\frac{13-3}{12}$ $=\frac{10}{12}$ $=\frac{5}{6}$

अभ्यास 12.2

1. हिसाब गर :

(i) $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$ (iii) $\frac{1}{12}+\frac{5}{12}+\frac{3}{12}$

(iv) $1\frac{2}{5}+2\frac{3}{5}$ (v) $3\frac{4}{7}+2\frac{1}{7}+3\frac{3}{7}$ (vi) $4\frac{4}{15}+5\frac{1}{15}+2\frac{2}{15}$

2. हिसाब गर :

(i) $\frac{4}{5}-\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{7}{18}-\frac{4}{18}$ (iii) $2\frac{3}{8}-1\frac{1}{8}$

(iv) $5\frac{2}{7}-3\frac{2}{7}$ (v) $12\frac{3}{10}-10\frac{1}{10}$ (vi) $20\frac{7}{12}-10\frac{1}{12}$

3. हिसाब गर :

(i) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{3}{4}+\frac{1}{8}$ (iii) $\frac{2}{9}+\frac{1}{6}$ (iv) $\frac{5}{12}+\frac{1}{6}+\frac{2}{3}$

(v) $1\frac{1}{2}+2\frac{3}{4}$ (vi) $1\frac{2}{5}+2\frac{3}{4}$ (vii) $1\frac{1}{3}+2\frac{3}{4}+2\frac{1}{2}$ (viii) $1\frac{1}{2}+2\frac{3}{4}+4\frac{1}{2}$

4. **हिसाब गर :**

(i) $\frac{5}{3}-\frac{1}{2}$ (ii) (iii)

(iv) (v) (vi)

(vii) $3\frac{2}{5}-2\frac{1}{6}$ (viii) $10\frac{2}{5}-3\frac{1}{6}$ (ix) $7\frac{2}{9}-2\frac{3}{4}$

5. **हिसाब गर :**

(i) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}$ (ii) $1\frac{1}{2}-2\frac{3}{4}+4\frac{1}{2}$

(iii) $3\frac{3}{6}-1\frac{1}{4}-\frac{2}{3}$ (iv) $10\frac{2}{5}-3\frac{1}{10}-1\frac{1}{20}$

6. रविनसँग एउटा ठुलो रजिस्टर थियो । यदि उसले यसको $\frac{1}{2}$ भाग लेखिसक्यो भने अब रजिस्टरमा लेख्न कति बाँकी छ ?

7. मीरा जङ्गलमा वस्तुभाउ चराउन गएकी थिइन् । साँझ घर फर्कदा उनले सबै वस्तुको $\frac{1}{2}$ भाग घर फर्काइन् । उनका बुबाले फेरि $\frac{1}{4}$ भाग खोजेर ल्याउनुभयो । अब कति वस्तुभाउ घरमा फर्काउन बाँकी रहे ?

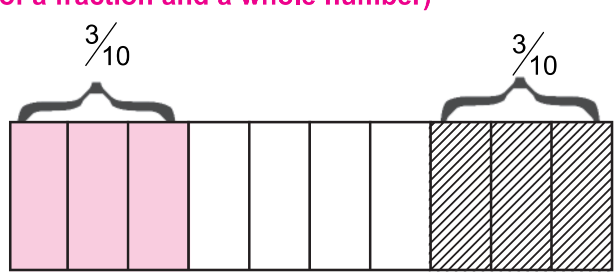
8. एउटा रामायणको किताब रीना, मीना र रविनाले क्रमशः $\frac{1}{3}$ भाग, $\frac{2}{5}$ भाग र $\frac{1}{6}$ भाग पढेर सिध्याएछन् । अब कल्पनाले सो किताब पढेर सिध्याउनुपर्दा उनले पुस्तकको कति भाग पढ्नुपर्ला ?

12.3 भिन्नहरूको गुणन र भाग (Multiplication and division of fractions)

भिन्न र पूर्ण सङ्ख्याको गुणन (Product of a fraction and a whole number)

तलको उदाहरण हेरौं :

$\frac{3}{10}\times 2 = 2\times\frac{3}{10}$ हुन्छ । (कसरी ?)



$2\times\frac{3}{10}$ भनेको 2 ओटा $\frac{3}{10}$ जम्मा गर्ने हो । चित्रबाट 2 ओटा $\frac{3}{10}$ जम्मा गर्दा $\frac{6}{10}$ अर्थात् $\frac{3}{5}$ देखियो । त्यसैले यस्तो समस्या समाधान गर्ने प्रयास गरौँ ।

$$\frac{3}{10}\times 2=\frac{3\times 2}{10}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$$

उदाहरण 1

गुणन गर : $\frac{4}{9}\times 3$

उत्तर

$$\frac{4}{9}\times 3=\frac{4\times 3}{9}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$$

उदाहरण 2

4 को $2\frac{3}{10}$ भाग कति हुन्छ ?

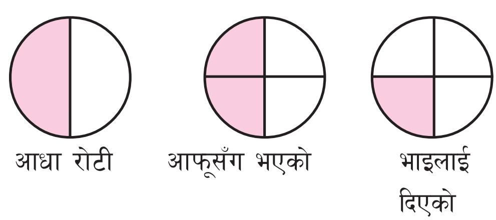
उत्तर

4 को $2\frac{3}{10}$ भाग भनेको $4\times 2\frac{3}{10}$ हो ।

त्यसैले, $4\times 2\frac{3}{10}=4\times\frac{23}{10}=\frac{4\times 23}{10}=\frac{92}{10}=\frac{46}{5}=9\frac{1}{5}$

भिन्नहरूको गुणन (Product of fractions)

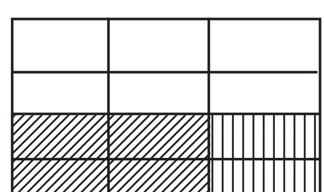
पासाङसँग $\frac{1}{2}$ रोटी छ । उनले त्यसको $\frac{1}{2}$ (आधा) भाइलाई दिइन् । अब उनले पुरै रोटीको कति भाग भाइलाई दिइन् ? भिन्न लेख ।



चित्रबाट थाहा हुन्छ कि भाइलाई उनले रोटीको $\frac{1}{4}$ भाग मात्र दिइन् ।

त्यसैले, $\frac{1}{2}$ को $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1\times 1}{2\times 2}=\frac{1}{4}$

$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\rightarrow$



फेरि, अर्को उदाहरण हेरौँ :

$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$ कति हुन्छ ?

यहाँ, $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3} \quad = \frac{3\times 2}{4\times 3} \quad = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

भिन्नलाई भिन्नले गुणन गर्दा अंश अंशको गुणनफललाई अंशमा र हरहरको गुणनफललाई हरमा राखी नयाँ भिन्न बनाइन्छ ।

उदाहरण 3

गुणन गर : (क) $\frac{1}{3}\times\frac{4}{15}$ (ख) $\frac{3}{10}\times\frac{5}{6}$

उत्तर

(क) $\frac{1}{3}\times\frac{4}{15} \quad = \frac{1\times 4}{3\times 15} \quad = \frac{4}{45}$

(ख) $\frac{3}{10}\times\frac{5}{6} \quad = \frac{3\times 5}{10\times 6} \quad = \frac{15}{60} \quad = \frac{1}{4}$

उदाहरण 4

मान निकाल :

(क) $\frac{9}{10}\times\frac{5}{3}$ (ख) $\frac{1}{2}$ kg को $\frac{3}{4}$

उत्तर

(क) $\frac{9}{10}\times\frac{5}{3} \quad = \frac{9\times 5}{10\times 3} \quad = \frac{3}{2} \quad = 1\frac{1}{2}$

(ख) $\frac{1}{2}\text{kg}\times\frac{3}{4} \quad = \left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\right)\text{kg} \quad = \frac{3}{8}$ kg

$= \frac{3}{8}\times 1000\text{gm}$ = 375 gm.

उदाहरण 5

राजुलाई आमाले पिउन दिनुभएको $\frac{3}{4}$ गिलास दुधमध्ये $\frac{2}{3}$ (दुई तिहाइ) मात्र उसले पियो भने,

(क) उसले एक गिलासको कति भाग दुध पियो होला ?

(ख) अब गिलासमा कति दुध बाँकी रहन्छ ?

उत्तर

(क) राजुले पिएको दुध $= \frac{3}{4}$ को $\frac{2}{3}$ भाग $= \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$ $= \frac{1}{2}$ गिलास

(ख) गिलासमा बाँकी दुध $= \frac{3}{4}$ गिलास - राजुले पिएको दुध

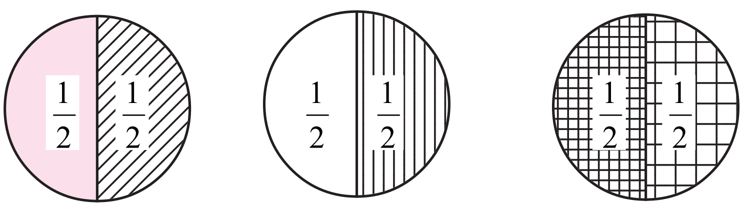
$= \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ $= \frac{3-2}{4}$ $= \frac{1}{4}$ गिलास ।

पूर्ण सङ्ख्यालाई भिन्नले भाग गर्ने (Dividing a whole number by a fraction)

तलको उदाहरण हेरौँ :

$3 \div \frac{1}{2}$

$3 \div \frac{1}{2}$ ले 3 मा कतिओटा $\frac{1}{2}$ छन् भन्ने बुझाउँछ ।



चित्रबाट स्पष्ट हुन्छ कि 3 ओटा सिङ्गोमा 6 ओटा $\frac{1}{2}$ हुन्छन् ।

यसलाई छोटकरीमा,

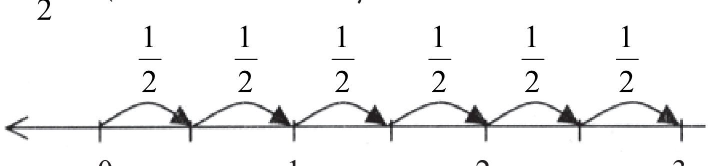
$3 \div \frac{1}{2} = 3 \times \frac{2}{1}$

($\frac{1}{2}$ लाई $\frac{2}{1}$ बनाई 3 ले गुणन गरेको)

$= \frac{6}{1} = 6$

त्यस्तै किसिमले $10 \div \frac{2}{5} = 10 \times \frac{5}{2} = \frac{10 \times 5}{2} = 25$

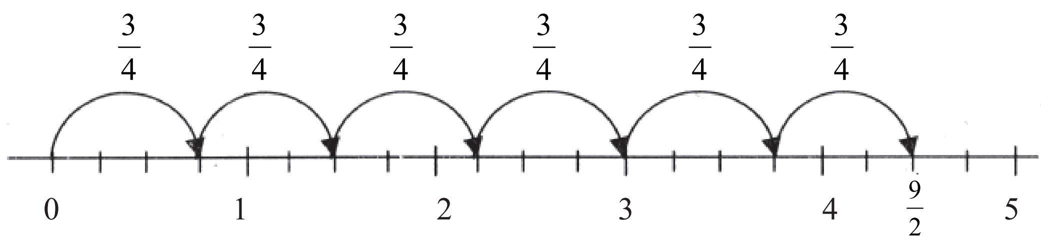
सङ्ख्या रेखामा $3 \div \frac{1}{2}$ लाई यसरी देखाउन सकिन्छ ।



भिन्नलाई भिन्नले भाग गर्ने (Dividing a fraction by a fraction)

रामले $4\frac{1}{2}$ ओटा बिस्कुटका पुरियाहरू खोलेर एक जनालाई $\frac{3}{4}$ पुरियाका दरले बाँड्दा कति जनालाई पुग्ला ?

गणितीय भाषामा $4\frac{1}{2}$ मा कतिओटा $\frac{3}{4}$ हुन्छन् पनि भन्न सकिन्छ, अर्थात् $\frac{9}{2} \div \frac{3}{4} = 6$



यहाँ, $\frac{9}{2} \div \frac{3}{4} = 6$ [अर्थात्, $\frac{9}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{36}{6} = 6$]

एउटा भिन्नलाई अर्को भिन्नले भाग गर्दा ÷ लाई × मा बदलेर भाजक भिन्नलाई उल्टाई भाज्य भिन्नसँग गुणा गर्दा आवश्यक भागफल निस्कन्छ । जस्तै : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ हुन्छ ।

उदाहरण 4

हिसाब गर : (क) $6 \div \frac{3}{5}$ (ख) $3 \div 1\frac{1}{5}$

उत्तर

(क) $6 \div \frac{3}{5} = 6 \times \frac{5}{3}$

$= \frac{6 \times 5}{3}$

$= 10$

(ख) $3 \div 1\frac{1}{5}$

$= 3 \div \frac{6}{5}$

$= 3 \times \frac{5}{6}$

$= \frac{3 \times 5}{6}$

$= \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

उदाहरण 5

हिसाब गर : (क) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$ (ख) $3\frac{4}{5} \div 2\frac{1}{10}$

उत्तर

(क) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{1}$

$= \frac{2 \times 2}{5} = \frac{4}{5}$

(ख) $3\frac{4}{5} \div 2\frac{1}{10} = \frac{19}{5} \div \frac{21}{10}$

$= \frac{19}{5} \times \frac{10}{21} = \frac{19 \times 10}{5 \times 21}$

$= \frac{38}{21} = 1\frac{17}{21}$

उदाहरण 6

21 मि. लामो कपडाबाट $\frac{3}{4}$ मि. लम्बाइ भएका टुक्राहरू काटिए भने जम्मा कति टुक्रा बन्लान् ?

उत्तर

यहाँ, $21 \div \frac{3}{4} = 21 \times \frac{4}{3}$

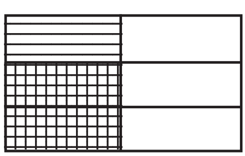
$= \frac{21 \times 4}{3}$

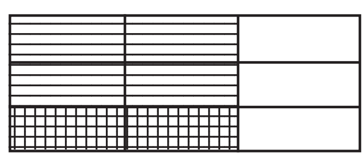
= 28

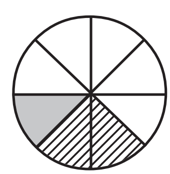
अर्थात् 21 मि. लामो कपडाबाट $\frac{3}{4}$ मि. लम्बाइ भएका 28 ओटा टुक्राहरू काट्न सकिन्छ ।

अभ्यास 12.3

1. **तल दिइएका चित्रहरूमा दोहोरो छाया पारेको भागलाई भिन्नको गुणनफलका रूपमा लेख :**


(a)


(b)


(c)

2. **गुणनफल निकाल :**

(a) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$ (b) $\frac{4}{3} \times \frac{1}{5}$ (c) $\frac{1}{10} \times \frac{5}{6}$

(d) $1\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{6}$ (e) $\frac{9}{10} \times \frac{25}{30}$ (f) $3\frac{2}{4} \times 2\frac{3}{4}$

3. **कति हुन्छ :**

(a) $\frac{1}{3}$ को $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{5}{6}$ को $\frac{12}{35}$

(c) $\frac{3}{4}$ मि. कपडाको $\frac{1}{3}$ (d) रु. $2\frac{3}{4}$ को $\frac{2}{5}$

4. **तल दिइएका हिसाबलाई सङ्ख्यारेखामा देखाऊ :**

(a) $2 \div \frac{1}{2} =$ ☐

(b) $4 \div \frac{2}{3} =$ ☐

5. **हिसाब गर :**

(a) $1 \div \frac{1}{2}$ (b) $12 \div \frac{2}{3}$ (c) $20 \div \frac{4}{5}$ (d) $\frac{32}{7} \div 2\frac{2}{7}$ (e) $\frac{3}{5} \div \frac{3}{8}$

(f) $\frac{18}{13} \div \frac{9}{8}$ (g) $1\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ (h) $3\frac{5}{9} \div 2\frac{2}{3}$ (i) $4\frac{4}{5} \div 2\frac{2}{15}$

6. श्यामसँग भएको रु. 125 को $\frac{3}{5}$ भाग उसले साथीलाई सापट दिएछ र बाँकीको $\frac{3}{10}$ भागको कापी किनेछ भने ऊसँग कति रुपियाँ बाँकी होला ?

7. काठमाडौँबाट मुग्लिङसम्मको बाटो 110 कि.मि. लामो छ । सो बाटोमा $\frac{3}{5}$ भाग बेलायती कम्पनीले, त्यसपछि बाँकीको $\frac{3}{4}$ भाग चिनियाँ कम्पनीले कालोपत्र गर्ने सहमति भएअनुसार काम सम्पन्न भयो । अब जम्मा कति कि.मि. बाटोमा कालोपत्र हुन बाँकी छ ?

8. एउटो सानो खरायो एकपटकमा $\frac{2}{3}$ मि. उफ्रिन सक्छ भने उसलाई सिधा बाटोको 16 मि. दुरी पार गर्न कति पटक उफ्रिनुपर्ला ?

9. एउटा सानो झ्यालका लागि $\frac{3}{4}$ मि. को पर्दा चाहिन्छ भने 30 मि. कपडाको थानबाट कति ओटा झ्यालमा पर्दा हाल्न सकिन्छ ।

10. $\frac{9}{10}$ क्विन्टलसम्म बोक्न सक्ने एक जना मानिसले 18 क्विन्टल चिनी ओसार्न कति पटक बोक्नुपर्ला ?

11. एक पुरा चक्कामा एक समकोणको $\frac{2}{3}$ भागहरू कतिओटा होलान् ? (1 चक्कामा 360^0 हुन्छ ।)

12. 20 लिटर दुधलाई $1\frac{1}{4}$ लि. अट्ने सिसीमा भरी राख्दा कतिओटा सिसी भर्न सकिएला ?

12.4 भिन्नको सरलीकरण (Simplification of fraction)

भिन्नहरूसँग +, -, × र ÷ चिह्नहरू मिसिएर आउँदा कसरी हल गर्ने भन्ने विषयमा छलफल गरौँ । यसका लागि निम्नलिखित उदाहरणहरू अध्ययन गर :

$\frac{1}{2}$ मि. लम्बाइका 4 टुक्रा कपडा भनेको जम्मा $\frac{1}{2} \times 4 = 2$ मि. कपडा हो । यसमा फेरि $\frac{3}{4}$ मि. जोड्दा जम्मा 2 मि. $+\frac{3}{4}$ मि. $= 2\frac{3}{4}$ मि. लामो कपडा हुन्छ । यसलाई गणितीय भाषामा निम्नानुसार लेखिन्छ :

$$4 \times \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$$

त्यसैले कपडाको जम्मा लम्बाइ $2\frac{3}{4}$ मि. हुन्छ ।

भिन्नहरूको सरलीकरण गर्दा पनि पूर्ण सङ्ख्याहरूको सरलीकरणको झैँ प्रयोग गरिन्छ ।
तलका उदाहरणहरू हेरौँ :

उदाहरण 1

सरल गर : $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} \times \frac{1}{14} - \frac{2}{3}$

उत्तर

यहाँ, $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} \times \frac{1}{14} - \frac{2}{3} \quad = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} \times \frac{1}{14} - \frac{2}{3}$

$= \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \quad = \frac{5}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{3}$ (पहिलो गुणन चिह्न हटाउने)

$= \frac{30 + 3 - 8}{12}$ (ल.स. लिएर एउटै भिन्नमा बदल्ने)

$= \frac{33 - 8}{12} = \frac{25}{12} \quad = 2\frac{1}{12}$

उदाहरण 2

सरल गर : $\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

उत्तर

यहाँ, $\frac{3}{4} \times \frac{7}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

$= \frac{7}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ (गुणन चिह्न हटाएको)

$= \frac{7-1-2}{4} \qquad = \frac{7-3}{4} \qquad = \frac{4}{4} = 1$

अब ÷ र × चिह्न भएका समस्याहरू अध्ययन गरौँ :

उदाहरण 3

सरल गर : $\frac{4}{5} \div \frac{8}{9} \times \frac{1}{7}$

यसलाई भाषामा $\frac{4}{5}$ लाई $\frac{8}{9}$ ले भाग गरी आएको भागफललाई $\frac{1}{7}$ ले गुणन गर्ने भनिन्छ ।

उत्तर

$\frac{4}{5}$ लाई $\frac{8}{9}$ ले भाग गर्दा,

$\frac{4}{5} \div \frac{8}{9} = \frac{\cancel{4}^{1}}{5} \times \frac{9}{\cancel{8}_{2}} = \frac{9}{10}$

फेरि, $\frac{9}{10} \times \frac{1}{7} \qquad = \frac{9}{10} \times \frac{1}{7} \qquad = \frac{9 \times 1}{10 \times 7} \qquad = \frac{9}{70}$

छोटकरीमा,

$\frac{4}{5} \times \frac{9}{8} \times \frac{1}{7}$

$= \frac{\cancel{4}^{1}}{5} \times \frac{9}{\cancel{8}_{2}} \times \frac{1}{7} = \frac{9}{70}$

उदाहरण 4

सरल गर : $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} \times 1\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$ (यसलाई भाषामा अनुवाद गर्ने प्रयास गर ।)

उत्तर

यहाँ, $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} \times 1\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} + \frac{2}{3}$

$= \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \quad = \frac{5+4}{6} \quad = \frac{9}{6} \quad = \frac{3}{2} \quad = 1\frac{1}{2}$

उदाहरण 5

सरल गर : $3\frac{4}{5}-1\frac{1}{10}\div\frac{1}{6}+3\frac{1}{10}$

उत्तर

यहाँ, $3\frac{4}{5}-1\frac{1}{10}\div\frac{1}{6}+3\frac{1}{10}$

$=\frac{19}{5}-\frac{11}{10}\times\frac{6}{1}+\frac{31}{10}$

$=\frac{19}{5}-\frac{33}{5}+\frac{31}{10}$

$=\frac{38-66+31}{10}$

$=\frac{69-66}{10}$

$=\frac{3}{10}$

उदाहरण 6

एउटा $7\frac{1}{2}$ मि. लामो कपडालाई 5 बराबर भाग गरी आएको एक टुक्रामा $2\frac{1}{2}$ मि. लामो कपडा जोडेर सिउँदा कति लामो बन्छ ?

उत्तर

यहाँ, $7\frac{1}{2}\div5+2\frac{1}{2}$

$=\frac{15}{2}\div5+\frac{5}{2}\qquad=\frac{15}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{5}{2}\quad\left[\because 5=\frac{5}{1}\right]$

$=\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=\frac{8}{2}\qquad=4$

त्यसैले, जम्मा कपडाको लम्बाइ 4 मि. हुन्छ ।

उदाहरण 7

रामसँग 100 पाना भएको एउटा कापी थियो । उसले $\frac{1}{5}$ भागमा नेपाली, $\frac{1}{4}$ भागमा गणित र $\frac{1}{10}$ भागमा विज्ञान लेखेछ तर $\frac{1}{20}$ भाग च्यातिएर गएछ भने अब ऊसँग कति पाना कापी बाँकी रह्यो होला ?

उत्तर

नेपाली, गणित र विज्ञान लेखेको भाग $= \frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}$

$= \frac{4+5+2}{20} \quad = \frac{11}{20}$

लेखेका पानाहरू $= 100$ को $\frac{11}{20} = 100\times\frac{11}{20} = 55$

च्यातिएका पानाहरू $= 100$ को $\frac{1}{20} = 100\times\frac{1}{20} = 5$

बाँकी पानाहरू = 100 -55 -5 = 40

यसलाई छोटकरीमा तल दिइएअनुसार गर्न सकिन्छ :

100 - 100 को $\left(\frac{11}{20}+\frac{1}{20}\right)$

100 -100 को $\frac{12}{20}$

$100 - 100 \times\frac{12}{20} = 100 - 60 = 40$

अभ्यास 12.4

1. सरल गर :

(a) $\frac{1}{2}\div\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{10}$ (c) $\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{5}\right)\div\frac{1}{3}$

(d) $1\frac{1}{4}+\frac{3}{40}+1\frac{3}{5}$ (e) $\frac{1}{6}+1\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$ (f) $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}\times\frac{3}{7}$

(g) $2\frac{1}{8}-\frac{2}{16}\div\frac{1}{32}$ (h) $1\frac{2}{3}\div1\frac{5}{6}-\frac{1}{4}$ (i) $\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\div\frac{15}{16}$

(j) $\frac{3}{4}\times\frac{21}{25}\div\frac{49}{50}+2\frac{1}{3}$ (k) $15\frac{1}{3}-2\frac{1}{4}\div\frac{1}{8}\times\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$

2. सरल गर :

(a) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$ को $\frac{1}{3}$ (b) $2\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}-1\frac{1}{3}+3\frac{1}{2}$

3. **समाधान गर :**

(a) श्यामले 2 ओटा सुन्तलामा प्रत्येक सुन्तलाको $\frac{1}{3}$ भाग पाउँछ । यदि उसले आफ्नो भागको सुन्तलालाई आफूसमेत 2 जना साथीहरूलाई बराबर गरी बाँड्दा उसको भागमा कति आउँछ ।

(b) $\frac{1}{2}$ र $\frac{1}{3}$ को योगफललाई 3 ले गुणा गरी 2 ले भाग गर ।

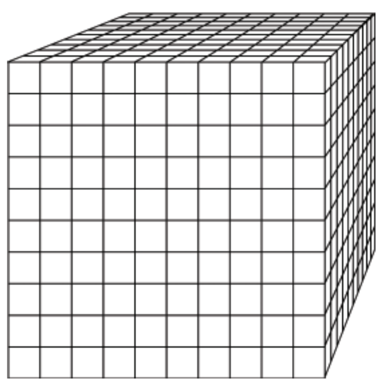
(c) $1\frac{1}{2}$ र $\frac{2}{3}$ को योगफललाई 3 ले भाग गरी $\frac{1}{3}$ घटाऊ ।

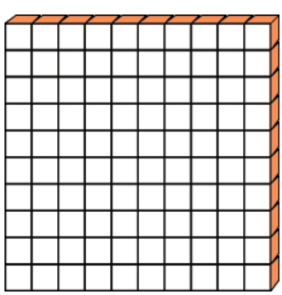
(d) $3\frac{1}{4}$ बाट $\frac{2}{5}$ घटाएर आएको मानलाई $\frac{1}{2}$ ले भाग गरी $1\frac{1}{2}$ ले गुणा गर्दा कति हुन्छ ?

(e) हरिसँग रु. 50 थियो । आमाले ऊसँग भएको पैसाको $\frac{1}{2}$ भाग थपिदिनुभयो तर हरिले बहिनीलाई अब ऊसँग भएको जम्मा पैसाको $\frac{2}{5}$ भाग दिएर सहर घुम्न गयो । यदि उसले लिएर गएको पैसामध्ये $\frac{1}{2}$ भागमात्र खर्च गऱ्यो भने जम्मा ऊसँग कति बाँकी होला ?

12.5 भिन्नलाई दशमलवमा र दशमलवलाई भिन्नमा रूपान्तर

(Conversion of fraction to decimal and vice-versa)

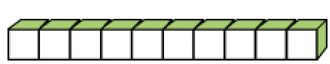




$\frac{1}{10} = 0.1$

दशमलव एक

(एक दसांश)



$\frac{1}{100} = 0.01$

दशमलव शून्य एक

(एक सतांश)

$\frac{1}{1000} = 0.001$

दशमलव शून्य शून्य एक

(एक हजारांश)

तीन दशमलवसम्मको सङ्ख्या (2.315) लाई आधार दस ब्लक (Base Ten Block) का र स्थानमान तालिकामा तल दिइएअनुसार देखाउन सकिन्छ ।

दस	एक	दसांश	सतांश	हजारांश
	2	3	1	5

2.315 र यो सङ्ख्यालाई 'दुई दशमलव तीन एक पाँच' भनेर पढिन्छ ।

भिन्नलाई दशमलव सङ्ख्यामा रूपान्तर

उदाहरण 1

$1\frac{3}{4}$ लाई दशमलव सङ्ख्यामा रूपान्तर गर ।

उत्तर

$1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$

$\frac{7}{4}$ लाई दशमलवमा बदल्दा,

$$4\overline{)7.00}\ (1.75)$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 30 \\ 28 \\ \hline 20 \\ 20 \\ \hline \times \end{array}$$

(अंश 7 लाई हर 4 ले भाग गरेको 7.00 मानेर भाग गरी सतांशमा लगेको ।)

दशमलवलाई भिन्नमा रूपान्तर

तलका उदाहरणहरूलाई एकपटक हेरौँ :

उदाहरण 2

$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$0.2 = \frac{2}{10}$ दशमलव बिन्दुपछि एउटा अङ्क छ भने हरमा 10 हुन्छ ।

$0.35 = \frac{35}{100}$ दशमलव बिन्दुपछि दुईओटा अङ्कहरू छन् भने यो सतांश हो, त्यसैले हरमा 100 हुन्छ ।

$0.675 = \frac{675}{1000}$ दशमलवपछि तीनओटा अङ्कहरू छन् भने हजारांश हो, त्यसैले हरमा 1000 हुन्छ ।

उदाहरण 3

3.285 लाई लघुत्तम पदमा लैजाऊ र भिन्नमा लेख ।

उत्तर

3.285 $= \frac{3285}{1000}$ (दशमलव बिन्दु हटाइएको)

$= \frac{657}{200}$ (5 ले भाग गरेको)

$\therefore$ 3.285 $= \frac{657}{200}$

अभ्यास 12.5

1. **तलका भिन्नलाई दशमलवमा परिणत गर (दशमलवको तिन स्थानसम्म मात्र) :**

(a) $\frac{11}{8}$ (b) $\frac{5}{7}$ (c) $\frac{22}{9}$ (d) $12\frac{11}{12}$ (e) $3\frac{5}{16}$

2. **निम्नलिखित दशमलव सङ्ख्यालाई भिन्नमा रूपान्तर गर (भिन्नलाई लघुत्तम पदमा पनि लैजाऊ ।) :**

(a) 0.5 (b) 1.3 (c) 2.51 (d) 15.65 (e) 7.509 (f) 12.325

12.6 दशमलवको जोड र घटाउ (addition and substraction of decimal)

दशमलवको जोड र घटाउका लागि निम्नलिखित उदाहरणको अध्ययन गरौँ :

उदाहरण 1

जोड

$$\begin{array}{r} 5.474 \\ +8.450 \\ \hline \end{array}$$

उत्तर

$$\begin{array}{r} 5.474 \\ +8.450 \\ \hline 13.924 \end{array}$$

जोड्नुपर्ने सङ्ख्याहरूलाई स्थानमान अनुसार मिलाएर राख्ने । आवश्यकताअनुसार दशमलव पछाडि शून्यहरू थप्ने । अब सङ्ख्याहरू जोड्ने

उदाहरण 2

घटाऊ

$$\begin{array}{r} 32.67 \\ -12.881 \\ \hline \end{array}$$

उत्तर

$$\begin{array}{r} 32.670 \\ -12.881 \\ \hline 19.789 \end{array}$$

आवश्यकताअनुसार दशमलव पछाडि शून्य थप्ने । स्थानअनुसार मिलाएर सङ्ख्याहरू घटाउने

द्रष्टव्य : जोड र घटाउ गर्दा दशमलवपछि त्यतिकै स्थानका अङ्कहरू हुनुपर्छ । नपुगे आवश्यकताअनुसार 0 थप्नुपर्छ ।

अभ्यास 12.6

1. जोड :

(a) $\begin{array}{r} 3.05 \\ +2.79 \\ \hline \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 32.69 \\ +19.23 \\ \hline \end{array}$ (c) $\begin{array}{r} 1.405 \\ +0.068 \\ \hline \end{array}$

(d) $\begin{array}{r} 6.374 \\ 18.966 \\ +\ 4.3 \\ \hline \end{array}$ (e) $\begin{array}{r} 13.54 \\ 2.689 \\ +\ 3.28 \\ \hline \end{array}$ (f) $\begin{array}{r} 21.54 \\ 23.89 \\ +\ 9.22 \\ \hline \end{array}$

(g) 18.00 + 9.099

2. **घटाऊ :**

(a) $\begin{array}{r} 5.67 \\ -\ 3.09 \\ \hline \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 13.8 \\ -\ 6.95 \\ \hline \end{array}$ (c) $\begin{array}{r} 21.081 \\ -\ 14.069 \\ \hline \end{array}$

(d) $\begin{array}{r} 17.704 \\ -\ 8.648 \\ \hline \end{array}$ (e) $\begin{array}{r} 14 \\ -\ 12.836 \\ \hline \end{array}$ (f) $\begin{array}{r} 52.08 \\ -\ 43.68 \\ \hline \end{array}$

(g) 2.801 - 1.9 (h) 12 - 8.6 (i) 13.07 – 6.894

3. **सरल गर :**

(a) 6.97 – 13.543 + 8.695

(b) 1.1 – 20.976 + 25.68

4. रु. 192.50 को एक दर्जन कापी र रु. 40.75 को एउटा कलम किन्दा रु. 250 रुपियाँबाट कति फिर्ता आउँछ ?

5. एउटा आयतको लम्बाइ 14.6 से.मि. छ र लम्बाइभन्दा चौडाइ 1.8 से.मि. ले कम छ भने, (a) चौडाइ कति होला ? (b) आयतको परिमिति कति होला ?

6. समीनाले रु. 9.75 को समोसा, रु. 5.50 को जेरी र रु. 10.25 को एक कप चिया खाइछन् भने (a) समीनाले जम्मा कति खर्च गरिछन् ? (b) यदि समीनाले पसलेलाई रु. 50 को नोट दिएको भए कति रुपियाँ फिर्ता आउँछ ?

7. 30 कि.मि. लामो बाटो बनाउँदा 5.75 कि.मि. जनश्रमदानबाट र बाँकी सरकारी अनुदानबाट खनियो भने सरकारी अनुदानबाट कति कि.मि. बनाउने काम भएछ ?

8. एउटा काठको फलेक 3.5 से.मि. बाक्लो छ । 4.25 से.मि. लामो किला ठोक्दा किलाको कति भाग फलेकबाट बाहिर निस्कन्छ होला ?

12.6 दशमलवलाई 10 र 10 का अपवर्त्यहरूले गुणन र भाग गर्ने

तलका उदाहरणहरू एक पटक हेरौँ :

(क) 0.1 × 10

$$\frac{1}{10}\times 10 = 1 \qquad \frac{1}{10}\div 10 = \frac{1}{10}\times\frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

| 0.1 × 10 = 1.0 | | 0.1 ÷ 10 = 0.01 |

(ख) 0.01 × 10

$$\frac{1}{100}\times 10 = \frac{1}{10} \qquad \frac{1}{100}\div 10 = \frac{1}{100}\times\frac{1}{10} = \frac{1}{100_{0}}$$

| 0.01 × 10 = 0.1 | | 0.01 ÷ 10 = 0.001 |

(ग) 0.001 × 10

$$\frac{1}{1000}\times 10 = \frac{1}{100} \qquad \frac{1}{1000}\div 10 = \frac{1}{100_{0}}\times\frac{1}{10} = \frac{1}{1000_{0}}$$

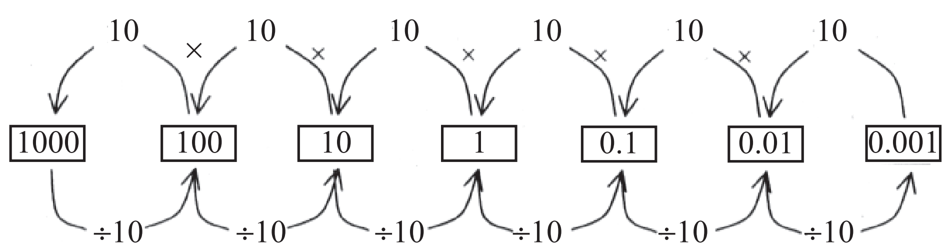
| 0.001 × 10 = 0.01 | | 0.001 ÷ 10 = 0.0001 |

यी उदाहरणहरूबाट,

(i) दशमलव सङ्ख्यालाई 10 ले गुणन गर्दा दशमलव बिन्दु एक स्थान दायाँतिर सर्ने गर्दछ ।

(i) दशमलव सङ्ख्यालाई 10 ले भाग गर्दा दशमलव बिन्दु एक स्थान बायाँतिर सर्ने गर्दछ ।

यो प्रक्रियालाई तलको चित्रबाट बुझ्ने प्रयास गरौँ :



तलका केही उदाहरणहरू पनि हेरौँ :

(क) $12.56 \times 10 = \frac{1256}{100} \times 10 = \frac{1256}{10} = 125.6$

दशमलव सङ्ख्यालाई 10 ले गुणन गर्दा दशमलव बिन्दु एक स्थान दायाँतिर सर्दछ ।

(ख) $12.567 \times 100 = \frac{12567}{1000} \times 100 = \frac{12567}{10} = 1256.7$

दशमलव सङ्ख्यालाई 100 ले गुणन गर्दा दशमलव बिन्दु दुई स्थान दायाँतिर सर्दछ ।

(ग) $12.5678 \times 1000 = \dfrac{125678}{10000} \times 1000 = 12567.8$

दशमलव सङ्ख्यालाई 1000 ले गुणन गर्दा दशमलव बिन्दु तीन स्थान दायाँतिर सर्छ ।

(घ) $12.2 \div 10 = 1.22$

दशमलव सङ्ख्यालाई 10 ले भाग गर्दा दशमलव बिन्दु एक स्थान बायाँतिर सर्दछ ।

(ङ) $123.4 \div 100 = 1.234$

दशमलव सङ्ख्यालाई 100 ले भाग गर्दा दशमलव बिन्दु दुई स्थान बायाँतिर सर्दछ ।

(च) $1234.5 \div 1000 = 1.2345$

दशमलव सङ्ख्यालाई 1000 ले भाग गर्दा दशमलव बिन्दु तीन स्थान बायाँतिर सर्दछ ।

उदाहरण 1

0.0573 लाई क्रमश: 10, 100 र 1000 ले गुणन गर :

उत्तर

$0.0573 \times 10 = 0.573$

$0.0573 \times 100 = 5.73$

$0.0573 \times 1000 = 57.3$

उदाहरण 2

0.5 लाई 10, 100 र 1000 ले भाग गर :

उत्तर

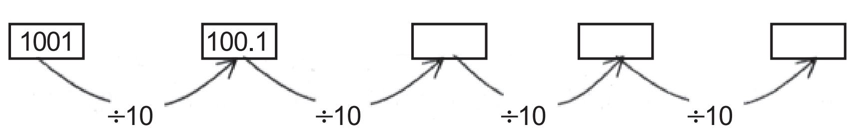
$0.5 \div 10 = 0.05$

$0.5 \div 100 = 0.005$

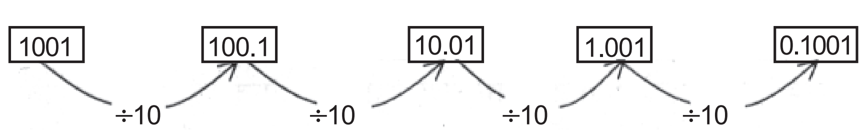
$0.5 \div 1000 = 0.0005$

उदाहरण 3

खाली ठाउँ भर :



उत्तर



अभ्यास 12.7

1. **तल दिइएका प्रत्येक सङ्ख्यालाई क्रमशः 10, 100 र 1000 ले गुणन गर :**

(a) 1.2 (b) 10.5 (c) 0.12

(d) 0.025 (e) 0.345 (f) 0.1

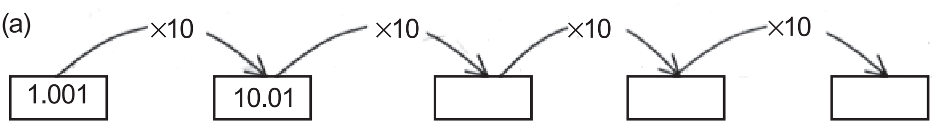
2. **तल दिइएका प्रत्येक सङ्ख्यालाई क्रमशः 10, 100 र 1000 ले भाग गर :**

(a) 1234 (b) 360.5 (c) 58.2

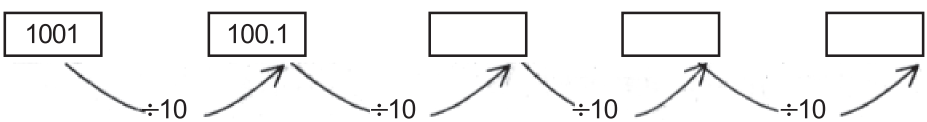
(d) 48.5 (e) 0.05 (f) 1.5

3. **ढाँचा हेरी खाली ठाउँमा भर :**

(a)



(b)



4. 15 कि.मि. लामो बाटो खन्नु थियो । यदि निम्नानुसारका व्यक्तिहरूले बराबर काम गरेमा प्रत्येकले कति कि.मि. बाटो खन्लान् ? (कि.मि.मा लेख)

(a) 10 जना (b) 100 जना (c) 10000 जना

5. 22 मि. मा कति कि.मि. हुन्छ ?

6. 675 ग्रा. भनेको कति किलोग्राम हो ?

12.8 दशमलवको गुणन र भाग (Multiplication and division of decimal):

दशमलवको गुणन

0.3×6

$0.3 \times 6 \qquad = \frac{3}{10} \times 6 \qquad = \frac{18}{10} \quad = 1.8$

त्यसैले,

$$\begin{array}{r} 0.3 \\ \times 6 \\ \hline 1.8 \end{array}$$

यहाँ 0.3 मा दशमलव बिन्दुपछि एक अङ्क भएको हुनाले, उत्तरमा दायाँदेखि एक अङ्क छोडेर दशमलव बिन्दु राख्ने

फेरि, 0.56×0.2

$= \frac{56}{100} \times \frac{2}{10}$

$= \frac{112}{1000}$

$= 0.112$

यहाँ 0.56 मा दशमलव बिन्दुपछि दुई अङ्क र 0.2 मा दशमलव बिन्दुपछि एक अङ्क भएको हुनाले उत्तरमा जम्मा तिन अङ्क छोडेर दशमलव बिन्दु राख्ने

द्रष्टव्य : 0.01×0.002 गुणन गर्दा पहिलो दशमलव बिन्दु नभएको ठानी 1×2 को गुणनफल निकाल्ने जुन 2 हुन्छ, अनि 0.01 र 0.002 मा जम्मा दशमलव बिन्दुको पछाडि 5 ओटा अङ्क छन् । त्यसैले 2 को अगाडि चार ओटा शून्य राखी दशमलव बिन्दु राख्दा 0.00002 हुन्छ ।

तलका उदाहरण हेर :

उदाहरण 1

हिसाब गर : $0.02 \times 0.03 \times 0.3$

उत्तर

$$\begin{array}{r} 0.02 \\ \times 0.03 \\ \hline 0.0006 \\ \times 0.3 \\ \hline 0.00018 \end{array}$$

अर्को तरिका,

$2 \times 3 \times 3 = 18$

दशमलवपछि 5 अङ्क भएको आवश्यक गुणनफल = 0.00018 हुन्छ ।

उदाहरण 2

गुणन गर : 0.8×2.35

उत्तर

$$\begin{array}{r} 2.35 \\ \times 0.8 \\ \hline 1.880 \end{array}$$

गुणनफल 1.880 को सट्टा 1.88 मात्र लेख्न सकिन्छ । त्यसकारण $2.35 \times 0.8 = 1.88$ हुन्छ ।

दशमलवको भाग (Division of decimal)

तलको उदाहरण हेर :

भाग गर्दा : $2.4 \div 6 \quad = \frac{24}{10} \div 6 \quad = \frac{24}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{4}{10} = 0.4$

त्यसकारण, $2.4 \div 6 = 0.4$

दशमलव सङ्ख्यालाई पूर्णाङ्कले भाग गर्दा दशमलव सङ्ख्यालाई भाग गर्ने बित्तिकै भागफलमा पनि दशमलव चिह्न राख्नुपर्छ ।

उदाहरण 3

भाग गर : $38.48 \div 8$

उत्तर

$$\begin{array}{r} 4.81 \\ 8\overline{)\,38.48} \\ -32 \\ \hline 64 \\ -64 \\ \hline 8 \\ -8 \\ \hline \times \end{array}$$

पहिले पूर्ण सङ्ख्याले पूर्ण सङ्ख्यालाई भाग गर्ने । त्यसपछि दशमलवपछिको 4 लाई तल झार्ने बित्तिकै भागफलमा दशमलव बिन्दु राख्ने । 64 लाई 8 ले भाग गर्ने र भागफल दशमलव बिन्दुपछि राख्ने ।

त्यसैले, $38.48 \div 8 = 4.81$

अभ्यास 12.8

1. गुणन गर :

   (a) 2.3×6 (b) 8×0.6 (c) 9×1.5

   (d) $\begin{array}{r} 0.07 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$ (e) $\begin{array}{r} 8.25 \\ \times 1.2 \\ \hline \end{array}$

   (f) 9.34×2.5 (g) 5.56×1.6 (h) 0.94×6.2

2. भाग गर :

   (a) $6.4 \div 8$ (b) $1.21 \div 11$ (c) $14.4 \div 6$

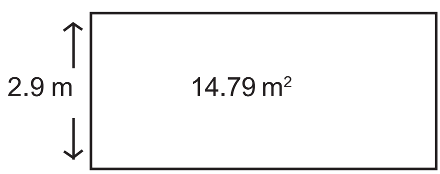
   (d) $1.95 \div 5$ (e) $7.29 \div 9$ (f) $0.927 \div 3$

3. सरल गर :

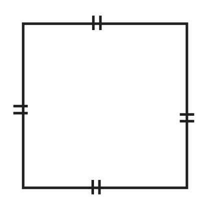
   (a) $(1.3 + 0.2) \times 0.2$ (b) $0.2 \times (0.7 + 0.07)$ (c) $(5.5 - 3.2) \times 1.2$

   (d) $3.5 \times (1.9 - 0.7)$ (e) $(1.1 \times 1.5) \times 0.7$ (f) $10.5 - (1.5 \times 0.6)$

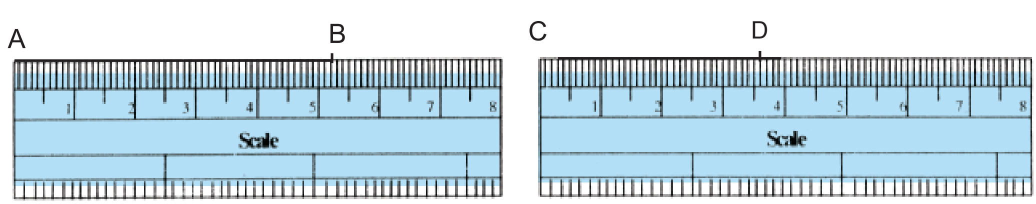
4. एउटा आयतको क्षेत्रफल 14.79 वर्ग मि. र चौडाइ 2.9 मि. भए लम्बाइ कति होला ?



5. एउटा वर्गाकार खेतको वरिपरिको घेरा 9.2 मि. छ । भुजाको लम्बाइ र क्षेत्रफल पत्ता लगाऊ ।



16.9 शून्यान्त (Rounding Off)



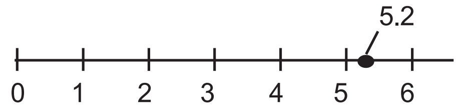
यहाँ, रेखाखण्डहरू AB र CD को नाप ठिकसँग लिँदा,

AB = 5.2 से.मि. CD = 3.6 से.मि.

AB को नाप पूर्णाङ्कमा व्यक्त गर्दा करिब 5 से.मि. र CD को नाप करिब 4 से.मि. छन् ।

नजिकको एकाइमा व्यक्त गर्ने प्रक्रियालाई शून्यान्त (rounding off) गर्ने भनिन्छ ।

यहाँ, 5.2 मा 5 र 6 नापमध्ये 5 को नजिक पर्दछ ।

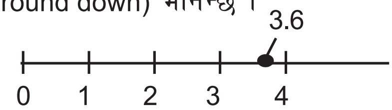


त्यसैले, 5.2 लाई शून्यान्त गर्दा 5 हुन्छ ।

त्यसैले, 5.2 $\approx$ 5, अथवा 5.2 करिब 5 हो ।

यसरी तलतिर (बायाँतिर) शून्यान्त गर्नेलाई तल्लो मानमा शून्यान्त (round down) भनिन्छ ।

त्यस्तै, 3.6 लाई शून्यान्त गर्दा,



3.6   4.0

यसरी माथितिर (दायाँतिर) शून्यान्त गर्नेलाई माथिल्लो मानमा शून्यान्त (round up) भनिन्छ । त्यसैले शून्यान्त गर्दा, शून्य पार्नुपर्ने सङ्ख्या 0, 1, 2, 3 वा 4 भए Round down र 5, 6, 7, 8 या 9 भएमा round up गर्नुपर्दछ ।

जस्तै :

5.024 लाई दशमलवको तेस्रो स्थानमा शून्यान्त गर्दा,

5.024 $\approx$ 5.02

र 3.6918 लाई दशमलवको चौथो स्थानमा शून्यान्त गर्दा,

3.6918 $\approx$ 3.692 हुन्छ ।

लाई दशमलवमा व्यक्त गर्दा,

सिधै भाग गर्दा,

```
    3.1428571
 7 ) 22
   - 21
     10
   -  7
     30
   - 28
      20
    - 14
      60
    - 56
      40
    - 35
      50
    - 49
      10
    -  7
       3
```

[कहिल्यै निःशेष हुँदैन । यो प्रक्रिया जारी रहन्छ ।]

$\frac{22}{7} = 3.143$ (दशमलवको तिन स्थानसम्म)

= 3.14 (दशमलवको दुई स्थानसम्म)

= 3.1 (दशमलवको एक स्थानसम्म)

= 3 नजिकको एकाइमा व्यक्त गर्दा

यसरी भिन्नको हरले अंशलाई भाग गर्दा दशमलव राखिसकेपछि पनि निःशेष हुँदैन भने दशमलवको तीन वा चार स्थानसम्म (वा तोकिएबमोजिमको स्थानसम्म) मात्र राखे पुग्छ ।

उदाहरण 1

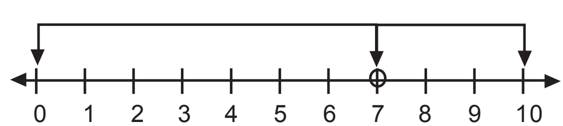
शून्यान्त गर : 6.02527 लाई दशमलवको

(i) पाँचौँ स्थानमा (ii) चौथो स्थानमा (iii) तेस्रो स्थानमा

उत्तर

(i) 6.02527

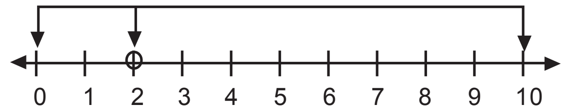
यहाँ शून्य पार्नुपर्ने सङ्ख्या 7 हो ।



यो सङ्ख्या 0 र 10 मध्ये 10 को नजिक पर्दछ ।

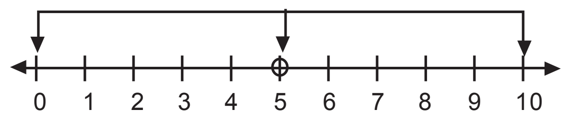
त्यसैले, 7 लाई शून्य पारी 2 मा 1 जोड्दा

$6.02527 \approx 6.0253$



(ii) $6.02527 \approx 6.025$

किनभने सङ्ख्या 2, 0 र 10 मध्ये 0 को नजिक छ ।



(iii) $6.02527 \approx 6.03$

किनभने शून्य पार्नुपर्ने सङ्ख्या 5, 0 र 10 ठिक बिचमा पर्दछ । यस्तो अवस्थामा 5 लाई ठुलो एकाइ 10 तिर शून्यान्त गरिन्छ ।

अभ्यास 12.9

1. **दशमलवको एक स्थानमा शून्यान्त गर :**

(a) 2.62 (b) 3.59 (c) 15.47 (d) 27.63

2. **दशमलवको दुई स्थानमा शून्यान्त गर :**

(a) 3.627 (b) 12.592 (c) 17.418 (d) 13.025

3. **दशमलवको तिन स्थानमा शून्यान्त गर :**

(a) 5.3247 (b) 6.5432 (c) 6.4153 (d) 17.343

4. **तलका प्रत्येक भिन्नलाई दशमलवको तीन स्थानमा शून्यान्त गरी व्यक्त गर :**

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{6}$ (d) $2\frac{12}{23}$

5. **नजिकको से.मि. मा शून्यान्त गर :**

(a) 6.3 से.मि. (b) 12.5 से.मि. (c) 16.8 से.मि. (d) 55.5 से.मि.

6. **नजिकको रुपियाँमा शून्यान्त गर :**

(a) रु. 5.35 (b) रु. 12.50 (c) रु. 25.73 (d) रु. 24.26

7. **नजिकको कि.मि. वा कि.ग्रा. मा शून्यान्त गर :**

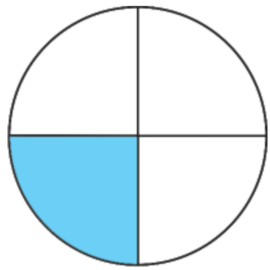
(a) 45.6 कि.मि. (b) 147.5 कि.मि. (c) 15.4 कि.ग्रा. (d) 17.46 कि.ग्रा.

एकाइ 13

अनुपात, समानुपात र प्रतिशत (Ratio, Proportion and Percentage)

13.1 भिन्न र प्रतिशत (Fraction and percentage)

भिन्नलाई प्रतिशतमा र प्रतिशतलाई भिन्नमा रूपान्तरण गर्न सकिन्छ, जस्तै : तलका केही उदाहरण हेरौँ :



माथिको चित्रलाई गणितीय भाषामा लेख्दा कसरी लेखिन्छ ?

भिन्नमा लेख्दा, $\frac{1}{4}$

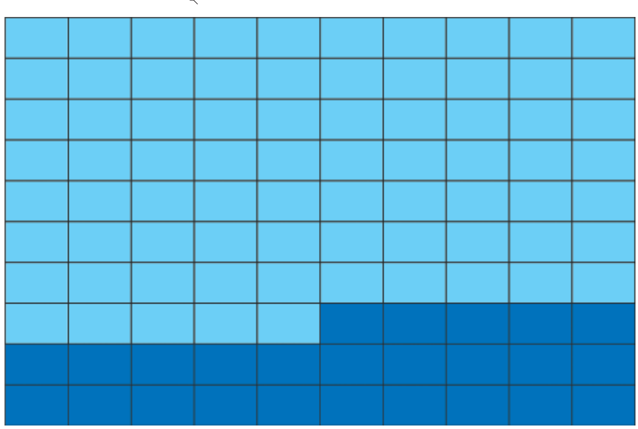
हर सय हुने गरी दिइएको भिन्नलाई समतुल्य भिन्नमा रूपान्तरण गर्दा :

$\frac{1}{4}$ लाई हर र अंशमा 25 ले गुणन गरौँ,

$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100}$ यसलाई प्रतिशतमा रूपान्तरण गर्दा

$\frac{25}{100} = 25\%$ (% प्रतिशत चिह्न हो ।)

अर्थात्



माथिको चित्रमा रङ्गाएको भागलाई $\frac{25}{100}$ लेखिन्छ ।

= 25% हुन्छ ।

अत: कुनै पनि भिन्नलाई प्रतिशतमा बदल्दा 100 ले गुणन गरी प्रतिशत चिह्न (%) लेख्नुपर्छ । प्रतिशतलाई भिन्नमा बदल्दा 100 ले भाग गर्नुपर्छ ।

उदाहरण 1

(a) 75% लाई भिन्नमा रूपान्तरण गर :

$$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

(b) $\frac{3}{4}$ लाई प्रतिशतमा रूपान्तरण गर :

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 75\%$$ अथवा, $$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times 100 = 75\%$$

(c) 100 को 10% कति हुन्छ ?

$$100 \times \frac{10}{100} = 10$$ हुन्छ ।

उदाहरण 2

आयुषले 20 अङ्कको पूर्णाङ्क गणितमा 18 अङ्क पाएका छन् भने उनले पाएको अङ्क कति प्रतिशत हुन्छ ?

यहाँ,

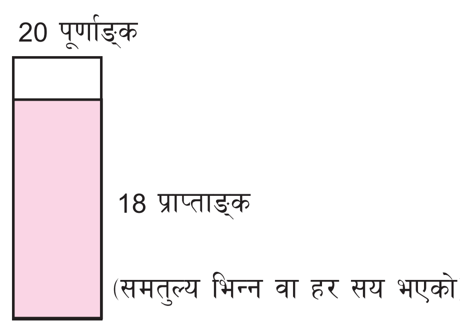
माथिको भनाइलाई गणितीय भाषामा लेख्दा,

आयुषले पाएको अङ्क = $\dfrac{\text{पाएको अङ्क}}{\text{पूर्णाङ्क}}$

$$= \frac{18}{20}$$

$$= \frac{18 \times 5}{20 \times 5}$$

$$= \frac{90}{100} = 90\%$$



आयुषले प्राप्त गरेको अङ्क = 90% रहेछ ।

अभ्यास 13.1

1. **तलका प्रत्येक प्रतिशतलाई हर 100 भएको भिन्नमा व्यक्त गर :**

   (a) 20 % (b) 75 % (c) 84 % (d) 68 % (e) 100 %

2. **तलका प्रत्येक प्रतिशतलाई हर 100 भएको भिन्नमा व्यक्त गरी लघुत्तम रूपमा रूपान्तर गर :**

   (a) 12% (b) 16% (c) 25% (d) 42% (e) 85%

(f) 45% (g) 65% (h) 90% (i) 20 % (j) 35%

3. **तल दिइएका प्रत्येक भिन्नलाई प्रतिशतमा व्यक्त गर :**

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{1}{20}$ (c) $\frac{12}{25}$ (d) $\frac{27}{20}$

(e) $\frac{37}{50}$ (f) $\frac{1}{10}$ (g) $\frac{4}{5}$ (h) $\frac{1}{4}$

4. **तलका सङ्ख्याको मान निकाल :**

(s) 200 को 10% (b) 50 को 5% (c) 300 को 20%

(d) 100 को 20% (e) 300 को 4%

5. एउटा कक्षामा 50 जना विद्यार्थी थिए । तीमध्ये 8 जना अनुपस्थित भएछन् भने अनुपस्थित भएका विद्यार्थी सङ्ख्यालाई,

(a) भिन्नमा लेख

(b) प्रतिशतमा लेख ।

6. रमेशले 50 पूर्णाङ्क गणितको परीक्षामा 35 अङ्क ल्याएछन् भने उनले कति प्रतिशत ल्याएछन् ?

7. शिलाले 10 ओटा सुन्तला किनिन् र 3 ओटा सुन्तला भाइ कमललाई दिइन् भने,

(a) शिलासँग कति प्रतिशत सुन्तला बाँकी छन् ?

(b) कमलले कति प्रतिशत सुन्तला पाए ?

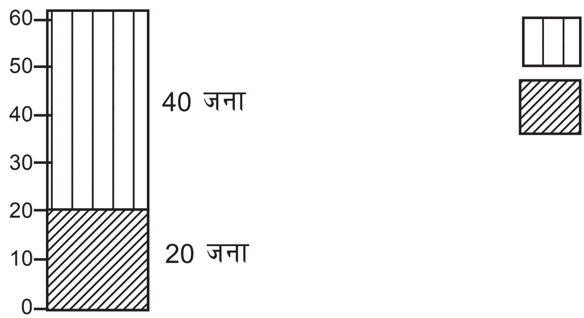
8. विनयले आफ्नो फुटबल टिमले हानेको छ गोलमध्ये 3 गोल गरे भने विनयले कति प्रतिशत गोल हानेछन् ?

9. एउटा विद्यालयमा आउने 20 विद्यार्थीमध्ये 8 जना साइकलबाट आउँदा रहेछन् भने बाँकीले स्कुल बस प्रयोग गर्दा रहेछन् । कति प्रतिशत विद्यार्थीले बस प्रयोग गर्दा रहेछन् ?

10. एउटा कक्षाका 50 विद्यार्थीमध्ये 16 जना छात्र रहेछन् भने कति प्रतिशत छात्रा रहेछन् ?

13.2 अनुपात तथा समानुपात (Ratio and Proportion)

कक्षा 6 मा केटाको सङ्ख्या 40 जना र केटीको सङ्ख्या 20 जना रहेछ भने केटा र केटीको अनुपात कति होला ?



माथिको चित्रलाई भिन्नमा लेख्दा, $\frac{40}{20}$

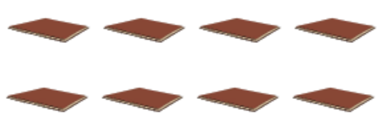
केटा र केटीको अनुपात $= \frac{40}{20} = \frac{2}{1}$ वा 2:1

अत: केटाको सङ्ख्या केटीको सङ्ख्याभन्दा दोब्बर छ ।

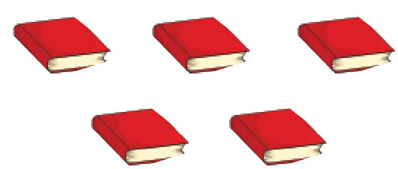
> अनुपात भनेको 2 ओटा वस्तुको तुलनात्मक परिमाण थाहा पाउने प्रक्रिया हो । अर्को शब्दमा अनुपात भनेको एउटा परिणामलाई अर्को परिमाणले भाग गर्दा प्राप्त हुने भिन्नात्मक भागफल हो । a:b लाई a/b को रूपमा लेखिन्छ ।

उदाहरण 1

सीतासँग 5 ओटा किताबहरू छन् । त्यसै गरी उनीसँग 8 ओटा कापी छन् भने किताब र कापीको अनुपात कति होला ?



8 ओटा कापी



5 ओटा किताब

किताब र कापीको अनुपात = 5:8

उदाहरण 2

(क) $\frac{3}{4}:2$ लाई लघुत्तम पदमा रूपान्तरण गर ।

$\frac{3}{4}:2$ लाई भिन्नमा लेख्दा,

$\frac{3}{4}\times\frac{1}{2} = \frac{3}{8} = 3:8$ (भिन्नलाई अनुपातमा रूपान्तरण गर्दा)

(ख) $1\frac{1}{4} : 1\frac{2}{3}$

$1\frac{1}{4} = \frac{5}{3}$

$1\frac{1}{4} = \frac{5}{3}$

$\frac{5}{4} \div \frac{5}{3}$

$\frac{5}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{15}{20}$ (भिन्नको गुणन गर्दा)

$= \frac{3}{4}$

$= 3 : 4$ (भिन्नलाई अनुपातमा बदल्दा)

(ग) 50 पैसा : रु. 1.5

दुई वस्तुको परिमाण तुलना गर्दा ती वस्तुको एकाइ एउटै हुनुपर्छ । अनुपातलाई भिन्नमा लेख्दा,

$\frac{50}{150}$ (रु. 1.5 लाई पैसामा रूपान्तरण गर्दा)

$\frac{50}{150} = \frac{1}{3} = 1 : 3$

उदाहरण 3

(क) श्यामसँग र रामसँग भएको पैसाको अनुपात 3:8 रहेछ, यदि रामसँग 56 रुपियाँ भए श्यामसँग कति रुपियाँ रहेछ ?

उत्तर

श्यामसँग भएको पैसालाई x मान्दा,

दुवै जनासँग भएको पैसा तुलना गर्दा, $3:8 = x:56$

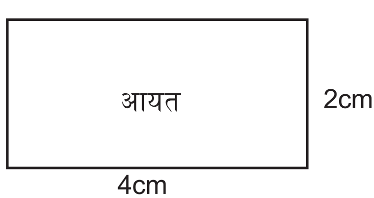
अथवा, $\frac{3}{8} = \frac{x}{56}$

$3 \times 56 = x \times 8$

$x = \frac{3 \times 56}{8} = 21$

श्यामसँग भएको पैसा = रु. 21 रहेछ ।

(ख)



माथिको आयतको लम्बाइ तथा चौडाइको अनुपात पत्ता लगाऊ ।

यहाँ,

लम्बाइ = 4cm

चौडाइ = 2cm

$$\frac{\text{लम्बाइ}}{\text{चौडाइ}} = \frac{4\text{cm}}{2\text{cm}} = \frac{2}{1} \text{ वा } 2:1$$

(ग) एउटा आयतको लम्बाइ र चौडाइको अनुपात 5:4 छ, चौडाइ 20cm छ भने लम्बाइ कति होला ?

यहाँ, लम्बाइ = x मान्दा,

लम्बाइ र चौडाइको अनुपात $\frac{5}{4} = \frac{x}{20\text{ cm}}$

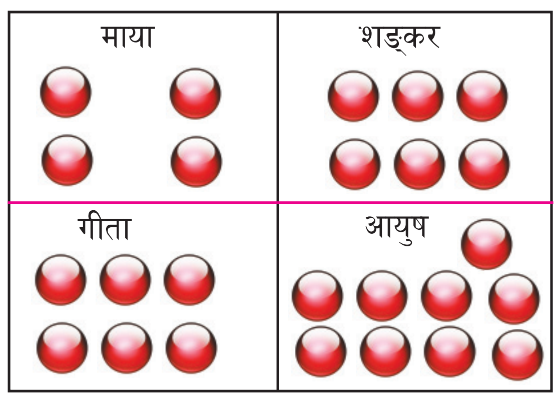
अथवा, $5 \times 20\text{cm} = x \times 4$

$x = \frac{5 \times 20}{4}\text{cm}$

$= 25\text{cm}$

लम्बाइ = 25cm

समानुपात (Proportion)



चार जनाले पाएका गुच्चाहरूको सङ्ख्या माथि देखाए जस्तै माया र शङ्करसँग भएको गुच्चा, गीता तथा आयुषसँग भएको गुच्चाबिच तुलना गर्दा चारै जनाले पाएको समानुपात निम्नानुसार लेख्न सकिन्छ :

माया र शङ्करसँग भएका गुच्चा = 4:6 = 2:3

गीता र आयुषसँग भएका गुच्चा = 6:9 = 2:3

चारै जनासँग भएका गुच्चाको अनुपात = 4:6::6:9 (:: ले समानुपातलाई जनाउँछ ।)

माथिको उदाहरणमा माया र शङ्करसँग भएको गुच्चाको अनुपात र गीता र आयुषसँग भएको गुच्चाको अनुपात बराबर छन् । त्यसैले 4, 6, 6, 9 समानुपातमा छ । यसलाई 4 : 6 :: 6 : 9 लेखिन्छ । :: चिहनले समानुपात जनाउँछ ।

कुनै चारओटा सङ्ख्या को अनुपातमा पहिलो दुई सङ्ख्याको अनुपातसँग अन्तिम दुई सङ्ख्याको अनुपात बराबर हुन्छ भने त्यसलाई समानुपात (proportion) भनिन्छ, जस्तै : चार ओटा सङ्ख्याहरू 15, 20, 30 र 40 को अनुपात

वा $\frac{30}{40}=\frac{3}{4}$ वा $\frac{3}{4}:\frac{3}{4}$ पहिला दुई सङ्ख्याको अनुपात = दोस्रो दुई सङ्ख्याको अनुपात हुन्छ ।)

उदाहरण 4

यदि 3.5m, 14m, 16m र m समानुपातिक सङ्ख्या हुन् भने x को मान कति होला ?

3.5m:14m:16m: xm

$$\frac{3.5m}{14m}=\frac{16m}{xm}$$

$$3.5\times x=14\times 16$$

$$x=\frac{14\times 16}{3.5}=64m$$

xm = 64m

उदाहरण 5

रमेश र हरिसँग क्रमशः 15 तथा 16 ओटा स्याउ छन् र त्यसैगरी मीनासँग 24 ओटा स्याउ छन्, यदि रमेश र हरिसँग भएको स्याउको अनुपात र मीना र सुनितासँग भएको स्याउको अनुपात पनि बराबर छन् भने सुनितासँग भएको स्याउ कति होला ?

मानौँ, सुनितासँग x स्याउ छन् ।

यहाँ, $\dfrac{\text{रमेशसँग भएको स्याउको सङ्ख्या}}{\text{हरिसँग भएको स्याउको सङ्ख्या}}=\dfrac{\text{मीनासँग भएको स्याउको सङ्ख्या}}{\text{सुनितासँग भएको स्याउको सङ्ख्या}}$

$$\frac{12}{15}=\frac{24}{x}$$

$$x=\frac{24\times 15}{12}=30$$

सुनितासँग 30 ओटा स्याउ रहेछन् ।

अभ्यास 13.2

1. तलका प्रत्येक अनुपातलाई लघुत्तम रूपमा व्यक्त गर :

(a) 20 : 35 (b) 115 : 60 (c) 25 : 75 (d) 49 : 245

(e) 350 : 400 (f) $1\frac{1}{2}:3$ (g) $2\frac{2}{4}:4\frac{1}{8}$ (h) 25 पै. : रु. 1

(i) 15 cm : 1 m (j) 20 cm : 5 m (k) 250 gm : 1 kg (l) 500 *ml* : 5*l*

2. एउटा परीक्षामा सम्मिलित भएका विद्यार्थीमध्ये 100 जना केटी र 200 जना केटा रहेछन् भने केटा र केटीको अनुपात कति होला ?

3. एउटा आयतको लम्बाइ 4 cm र चौडाइ 3 cm रहेछ,

(a) लम्बाइ र चौडाइको अनुपात कति रहेछ ?

(b) चौडाइ र लम्बाइको अनुपात कति रहेछ ?

4. एउटा वर्गको लम्बाइ 4 cm रहेछ र अर्को वर्गको लम्बाइ 6 cm रहेछन् भने,

(a) पहिलो र दोस्रो वर्गको लम्बाइको अनुपात निकाल ।

(b) पहिलो र दोस्रो वर्गको चौडाइको अनुपात निकाल ।

(c) पहिलो र दोस्रो वर्गको क्षेत्रफलको अनुपात कति हुन्छ ?

5. तल दिइएका प्रत्येक अनुपात बराबर छन् भने खाली ठाउँमा कुन अङ्क राख्नुपर्ला ?

$$\frac{4}{6} = \frac{8}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{36} = \frac{\ldots\ldots}{60}$$

6. कुनै एउटा गा.वि.स. को कुल जनसङ्ख्या 35820 मध्ये 18900 महिला रहेछन् भने,

(a) पुरुषको सङ्ख्या निकाल ।

(b) पुरुष र महिला सङ्ख्याको अनुपात निकाल ।

(c) महिला र कुल जनसङ्ख्याको अनुपात कति कति रहेछ ?

(d) पुरुष र कुल जनसङ्ख्याको अनुपात कति रहेछ ?

7. एउटा कोठाको लम्बाइ र चौडाइको अनुपात 5 : 4 रहेछ । यदि लम्बाइ 15 m भए चौडाइ कति होला ?

8. (a) एउटा कोठाको लम्बाइ र चौडाइको अनुपात 3:2 रहेछ र लम्बाइ 7 m भए कोठाको चौडाइ कति होला ?

(b) दुई आयतमध्ये एउटा आयतको परिमिति 150cm र अर्को आयतको परिमिति 75cm छ भने दुवै आयतको परिमितिको अनुपात कति होला ?

9. यदि 5 र 8, x र 16 समानुपातमा भए x को मान पत्ता लगाऊ ।

10. x:y = 1:2 र a:b = x:y छन् । यदि a को मान 6 भए b को मान पत्ता लगाऊ ।

11. राम, हरि, श्याम र रमेशसँग केही सुन्तलाहरू छन् । रामसँग 10, हरिसँग 15 र रमेशसँग 30 ओटा सुन्तलाहरू छन् । राम र हरिसँग भएका सुन्तलाहरूको अनुपात श्याम र रमेशसँग भएको सुन्तलाहरूको अनुपात बराबर भए श्यामसँग भएका सुन्तलाहरूको सङ्ख्या पत्ता लगाऊ ।

12. m को मान पत्ता लगाऊ :

(i) $\frac{7}{49} = \frac{m}{28}$ (ii) $\frac{12}{m} = \frac{3}{2}$ (iii) 5:6 = m:4 (iv) 11:m =1:13

एकाइ 14

नाफा र नोक्सान (Profit and Loss)

नाफा तथा नोक्सान शब्द व्यापारिक कारोबार गर्दा बढी प्रयोगमा आउने गरेको शब्द हो । कुनै व्यक्तिले एउटा मूल्यमा सामान खरिद गरी अर्को मूल्यमा सो सामान बिक्री गर्दा बेचेको मूल्य किनेको मूल्यभन्दा थोरै वा धेरै हुन जान्छ । यसरी किनेको तथा बेचेको मूल्यको आधारमा नाफा वा नोक्सान हुन्छ । यदि किनेको मूल्यभन्दा बिक्री गरेको मूल्य थोरै भएमा घाटा वा नोक्सान हुन्छ । यदि किनेको मूल्यभन्दा बिक्री मूल्य बढी भएमा नाफा हुन्छ ।

क्रय मूल्य (Cost Price) : सामान खरिद गर्दा तिरिएको मूल्यलाई सो सामानको क्रय मूल्य भनिन्छ । यसलाई छोटकरीमा क्र.मू. (C.P.) भनिन्छ ।

विक्रय मूल्य (Selling Price): कुनै पनि सामान बिक्री गर्दा प्राप्त हुने रकमलाई सो सामानको विक्रय मूल्य भनिन्छ । यसलाई छोटकरीमा वि.मू. (S.P.) भनिन्छ । जस्तै : रामले एउटा कमिज रु. 500 मा किनेर रु. 400 मा बिक्री गऱ्यो, उसलाई नोक्सान वा नाफा के भयो होला विचार गर त ।

यहाँ, किनेको मूल्यभन्दा बिक्री मूल्य थोरै छ । त्यसैले उसलाई नोक्सान भयो ।

अत: नोक्सान = क्र.मू. — वि.मू.

= रु. 500 - रु. 400 = रु. 100

अत: रामले 100 रुपियाँ घाटा खाएर बेचेको रहेछ ।

यदि रामले रु. 500 मा किनेर रु. 600 मा बेचेको भए नाफा वा नोक्सान के हुन्थ्यो ?

नाफा हुन्थ्यो किनकि किनेको मूल्यभन्दा बिक्री मूल्य बढी छ,

नाफा = वि.मू – क्र.मू

= रु. 600 - रु. 500 = रु. 100

उदाहरण 1

क्र.मू. = रु. 400, वि.मू. = रु. 300 भए नोक्सान = ?

नोक्सान = रु. 400 - रु. 300 = रु. 100

उदाहरण 2

हरिले 1 दर्जन कापी रु. 120 मा किनेर रु. 12 प्रतिगोटाका दरले बिक्री गर्दा कति नाफा हुन्छ ?

यहाँ, क्र.मू. = रु. 120

वि.मू. = रु. 12×12

= रु. 144

विक्रय मूल्य बढी भएकाले हरिलाई नाफा भएछ ।

त्यसैले,

नाफा = वि.मू. – क्र.मू.

= रु. 144 - रु. 120 = रु. 24

उदाहरण 3

2 प्याकेट बिस्कुट प्रत्येकलाई रु. 6.50 मा किनेर रु. 5.25 का दरले बिक्री गर्दा कति नाफा वा नोक्सान होला ?

यहाँ, 2 प्याकेटको क्र.मू. = $2 \times$ रु. 6.50 = रु. 13

2 प्याकेटको वि.मू. = $2 \times$ रु. 5.25 = रु. 10.50

वि.मू. थोरै भएकाले नोक्सान भयो ।

त्यसैले, नोक्सान = क्र.मू. - वि.मू.

= रु. 13 - रु. 10.50

= रु. 2.50

अभ्यास 14.1

1. **तलका प्रत्येक अवस्थामा नाफा निकाल :**

(क) क्र.मू. = रु. 50 वि.मू. = रु. 75

(ख) क्र.मू. = रु. 2504 वि.मू. = रु. 2910

(ग) क्र.मू. = रु. 365 वि.मू. = रु. 387

(घ) क्र.मू. = रु. 3333 वि.मू. = रु. 3460

2. **तलका अवस्थामा नाफा वा नोक्सान के होला, निकाल :**

(क) वि.मू. = रु. 350 क्र.मू. = रु. 395

(ख) वि.मू. = रु.3720 क्र.मू. = रु. 3514

(ग) वि.मू. = रु.7590 क्र.मू. = रु. 8350

(घ) वि.मू. = रु. 980 क्र.मू. = रु. 795

3. एउटा पसलेले रु. 20 मा किनेको कापी रु. 22 मा बिक्री गरेछ । उसलाई कति नाफा वा नोक्सान भयो पत्ता लगाऊ ।

4. जमुनालाई एउटा व्यापारीले रु. 2500 मा किनेको 50 कि.ग्रा. चामल रु. 2750 मा बिक्री गऱ्यो भने व्यापारीले जमुनाबाट कति नाफा लियो ?

5. 4 कि.ग्रा. स्याउ प्रति कि.ग्रा. रु. 90 मा किनेर रु. 100 प्रति कि.ग्रा. मा बिक्री गर्दा कति नाफा हुन्छ ?

6. रामले 2 ओटा कलम रु. 100 मा किनेर एउटालाई रु. 30 मा र अर्कालाई रु. 20 मा बिक्री गर्दा उसलाई हुने नाफा वा नोक्सान पत्ता लगाऊ ।

7. 1 दर्जन सुन्तला रु. 120 मा किनेर प्रत्येकको रु. 13.30 का दरले बिक्री गर्दा नाफा वा नोक्सान कति होला ?

8. सुजनले एउटा भलिबल रु. 750 मा र एउटा फुटबल रु. 825 मा किनेर भलिबललाई रु. 650 मा र फुटबललाई रु. 985 मा बिक्री गरेछ भने उसलाई नाफा वा नोक्सान के कति भयो होला ?

14.2 नाफा र नोक्सान मिश्रित सामान्य समस्याहरू

तलका उदाहरणहरूको अध्ययन गर :

उदाहरण 1

एउटा फलफूल पसलेले 4 कि.ग्रा. सुन्तला रु. 40 प्रति कि.ग्रा. का दरले किनी रु. 20 फाइदा गर्न चाहन्छ भने उसले जम्मा कति रूपियाँमा सुन्तला बेच्नुपर्ला ?

यहाँ, जम्मा क्र.मू. = रु. 40×4 = रु. 160

फाइदा गर्न चाहेको मूल्य = रु. 20

फाइदा गर्नुपर्दा क्र.मू. भन्दा वि.मू. बढी हुनुपर्छ र यो वि.मू. क्र.मू. भन्दा नाफा गर्नुपर्ने रकमले बढी हुन आउँछ । वि.मू. = क्रय मूल्य + नाफा

∴ जम्मा हुनुपर्ने, वि.मू. = रु.160 + रु. 20

= रु. 180

उदाहरण 2

एउटा पसलेले रु. 450 मा किनेको सामान रु. 125 नोक्सान सहेर बेच्नुपर्‍यो भने विक्रय मूल्य कति होला ?

यहाँ, क्र.मू. = रु. 450

नोक्सान = रु. 125

नोक्सान भएको अवस्थामा क्रय मूल्य विक्रय मूल्यभन्दा बढी हुन्छ अथवा विक्रय मूल्य क्रय मूल्यभन्दा नोक्सान भएको रकमले घटी हुन्छ ।

वि.मू. = क्र.मू. - नोक्सान

∴ वि.मू. = रु. 450 - रु. 125

= रु. 325

उदाहरण 3

एउटा व्यापारीले 4 मि. कपडा रु. 80 प्रतिमिटरका दरले किनेर जम्मा रु. 60 नाफा गर्न चाहन्छ भने उसले 4 मि. कपडा जम्मा कति मूल्यमा बिक्री गर्नुपर्ला ?

यहाँ, जम्मा क्र.मू. = रु. 80 $\times$ 4 = रु. 320

नाफा = रु. 60

सूत्रअनुसार, वि.मू. = क्र.मू. + नाफा

= रु. 320 + रु. 60

= रु. 380

उदाहरण 4

हमीदले 1 दर्जन डट्पेन रु. 8 प्रतिगोटाका दरले किनेको थियो । उसले ती डट्पेनहरू बेच्दा रु. 3 नोक्सान भएछ । जम्मा कति रुपियाँमा सबै डट्पेनहरू बेचेछ पत्ता लगाऊ ।

यहाँ, जम्मा क्र.मू. = रु.8 $\times$ 12

= रु. 96

नोक्सान = रु. 3

सूत्रअनुसार, वि.मू. = क्र.मू. - नोक्सान

= रु. 96 - रु. 3

= रु. 93

उदाहरण 5

30 ओटा चक्लेट जम्मा रु. 50 मा किनेर प्रतिगोटामा रु. 0.50 नाफा गरी बेच्दा जम्मा वि.मू. कति हुन्छ ?

यहाँ, जम्मा क्र.मू. = रु. 50

नाफा = 30 × रु. 0.50

= रु. 15

सूत्रअनुसार, वि.मू. = क्र.मू. + नाफा

= रु.50 + रु. 15

= रु. 65

अभ्यास 14.2

1. **बिक्री मूल्य निकाल :**

   (क) क्र.मू. = रु. 35 नाफा = रु. 5

   (ख) क्र.मू. = रु. 63 नाफा = रु. 10

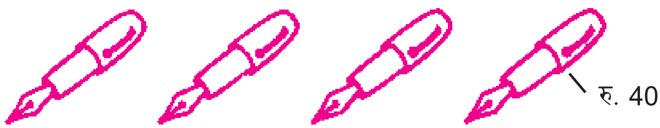
   (ग) क्र.मू. = रु. 800 नोक्सान = रु. 50

   (घ) क्र.मू. = रु. 450 नोक्सान = रु. 75

2. एउटा घडी रु. 1000 मा किनेर रु. 30 नाफा गरी बेच्दा विक्रय मूल्य कति होला ?
3. कुनै वस्तु रु. 310 मा किनेर रु. 125 नोक्सान सहेर बेच्नुपर्दा विक्रय मूल्य कति हुन आउँछ ?
4. एक क्विन्टल चामल रु. 50 प्रति किलोग्रामका दरमा किनेर रु. 150 नाफा गर्न चाहँदा जम्मा बिक्री मूल्य कति हुन्छ ?
5. रु. 40 प्रति किलोग्रामका दरले एउटा व्यापारीले 50 किलोग्राम प्याज किन्यो तर उसले बेच्ने वेलामा प्रति किलोग्रामको रु. 1 ले बजार भाउ घटेछ भने उसलाई जम्मा नोक्सान कति भयो ?
6. रु. 160 का दरले 4 ओटा झोला किनेर प्रत्येक झोलामा रु. 20 नाफा गरी बेच्दा जम्मा विक्रय मूल्य कति हुन्छ ?
7. एउटा मानिसले रु. 1580 तिरेर किनेको रेडियो रु. 175 नोक्सान सहेर बेच्यो भने उक्त रेडियोको विक्रय मूल्य कति होला ?

एकाइ 15 ऐकिक नियम (Unitary Method)

15.1 एकाइ मूल्य र जम्मा मूल्य निकाल्ने समस्या



4 ओटा कलमको मूल्य रु. कति होला ?

एउटाको मूल्यभन्दा 4 ओटाको मूल्य बढी हुन आउँछ । यस्तो मूल्य निकाल्नका लागि तल दिइएको नियम लगाउन सकिन्छ ।

जम्मा मूल्य = वस्तुहरूको सङ्ख्या × एउटा वस्तुको मूल्य

त्यसैले 4 ओटा कलमको जम्मा मूल्य = 4 × रु. 40

= रु. 160

उदाहरण 1

1 पाकेट जीवन जलले 6 चिया गिलास झोल जीवन जल तयार पार्न सकिन्छ भने 3 पाकेटले कति गिलास झोल जीवन जल तयार होला ?

यहाँ, 1 पाकेट = 6 चिया गिलास झोल

3 पाकेट = 6 x 3 चिया गिलास झोल

= 18 चिया गिलास झोल

उदाहरण 2

एउटा सिसाकलमको रु. 3.50 पर्दछ भने 2 दर्जन सिसाकलमहरू किन्न कति रुपियाँ आवश्यक पर्ला ?

यहाँ, एउटा सिसाकलमको मूल्य = रु. 3.50

किन्नुपर्ने सिसाकलमको सङ्ख्या = 2 दर्जन

= 2 × 12

= 24

∴ 2 दर्जन सिसाकलमको मूल्य = 24 × रु. 3.50

= रु. 84

त्यसैले 2 दर्जन सिसाकलम किन्नका लागि रु. 84 आवश्यक पर्छ ।

(एउटा वस्तुको मूल्य थाहा भएमा त्यस्तै खालका धेरै वस्तुहरूको मूल्य निकाल्न सकिँदो रहेछ ।)

फेरि, विचार गरौँ कि धेरै वस्तुहरूको मूल्य थाहा भएको अवस्थामा एउटा वस्तुको मूल्य कसरी निकाल्ने ?

यदि 2 ओटा पुस्तकको मूल्य रु. 200 छ भने एउटा पुस्तकको मूल्य कति होला, विचार गरौँ ।

यस्तो अवस्थामा एउटा वस्तुको मूल्य निकाल्न तल दिइएको नियम लगाउन सकिन्छ :

$$\textbf{एउटा वस्तुको मूल्य} = \frac{\textbf{वस्तुहरूको जम्मा मूल्य}}{\textbf{जम्मा वस्तुहरूको सङ्ख्या}}$$

माथिका उदाहरणमा एउटा पुस्तकको मूल्य,

$$= \frac{\text{रु. } 200}{2} = \text{रु. } 100$$

त्यस्तै, यदि 8 ओटा स्याउको मूल्य रु. 56 हुँदा एउटाको मूल्य कति होला, विचार गर ।

$$\text{एउटा स्याउको मूल्य} = \frac{\text{रु. } 56}{8}$$
$$= \text{रु. } 7$$

उदाहरण 3

यदि 20 ओटा भकुन्डाहरूको मूल्य रु. 12000 भए एउटाको मूल्य कति होला ?

यहाँ, भकुन्डाहरूको सङ्ख्या = 20

जम्मा मूल्य = रु. 12000

$$\therefore \text{एउटा भकुन्डाको मूल्य} = \frac{\text{रु.}12000}{20} = \text{रु. } 600$$

उदाहरण 4

15 बोरा सिमेन्टको मूल्य रु. 8250 भए एक बोरा सिमेन्टको मूल्य कति होला ?

यहाँ, जम्मा सिमेन्ट = 15 बोरा

जम्मा मूल्य = रु. 8250

$$\therefore \text{एक बोरा सिमेन्टको मूल्य} = \frac{\text{रु.}8250}{15}$$
$$= \text{रु.}550$$

अभ्यास 15.1

1. **तलको अवस्थामा जम्मा मूल्य निकाल :**

	एकाइ मूल्य (एउटाको मूल्य)	वस्तुहरूको सङ्ख्या
(क)	रु. 25	15
(ख)	रु. 45.50	22
(ग)	रु. 350	65
(घ)	रु. 250.50	57

2. **तलको अवस्थामा एकाइ मूल्य निकाल :**

	वस्तुहरूको सङ्ख्या	जम्मा मूल्य
(क)	12	रु. 240
(ख)	32	रु. 576
(ग)	70	रु. 2170
(घ)	232	रु. 5800

3. 1 पाकेट जीवन जलले 6 चिया गिलास झोल जीवन जल तयार पार्न सकिन्छ भने 4 पाकेटले कति गिलास झोल जीवन जल तयार होला ?

4. एक पाकेट बिस्कुटको मूल्य रु.17.50 भए 8 पाकेटको मूल्य कति होला ?

5. एक दर्जन कापी रु.12 प्रतिगोटाका दरले किन्नुपर्‍यो भने जम्मा कति तिर्नुपर्छ ?

6. एक कि.ग्रा. चामलको मूल्य रु. 49 हुँदा 50 कि.ग्रा. चामलको मूल्य कति होला ?

7. 10 दर्जन केरा किन्दा एक मानिसले रु.300 तिरेछ भने 1 दर्जन मात्र किनेको भए कति तिर्नुपर्थ्यो ?

8. यदि 2 दर्जन सिसाकलमको मूल्य रु. 120 भए एउटा सिसाकलमको मूल्य कति हुन्छ ?

9. श्यामसँग 25 ओटा कलमहरू छन् । उसले रु. 45 प्रतिगोटाका दरले बिक्री गर्दा जम्मा कति रुपियाँ पाउँछ ?

10. 100 ओटा चकलेट भएको पोका किन्दा रु. 125 पर्छ भने एउटा चकलेटको मूल्य कति हुन्छ ?

11. 12 दर्जन प्याकेट बिस्कुटको मूल्य रु. 1152 पर्दछ भने एक प्याकेट बिस्कुटको मूल्य कति हुन्छ ?

15.2 प्रत्यक्ष परिवर्तनमा आधारित समस्या (Problems based on direct variation)

तल दिइएको तालिका अध्ययन गरौँ :

एकाइ मूल्य	2 ओटाको मूल्य	4 ओटाको मूल्य	10 ओटाको मूल्य
(क) रु. 5	रु.10	रु. 20	रु. 50
(ख) रु. 20	रु. 40	रु. 80	रु. 200
(ग) रु. 50	रु. 100	रु. 200	रु. 500

माथिको तालिकाबाट वस्तुहरूको सङ्ख्या बढ्दा मूल्य पनि बढेको थाहा हुन्छ । त्यस्तै वस्तुहरूको सङ्ख्या घट्दा पनि मूल्य घटेको थाहा पाइन्छ ।

फेरि, अर्को तालिका अध्ययन गरौँ :

2 ओटाको मूल्य	एकाइ मूल्य	5 ओटाको मूल्य	10 ओटाको मूल्य
(क) रु.10	रु. $\frac{10}{2}$ = रु. 5	रु. 5 × 5 = रु. 25	रु. 10 × 5 = रु. 50
(ख) रु.50	रु. $\frac{50}{2}$ = रु. 25	रु.5 × 25 = रु. 125	रु. 10 × 25 = रु.250
(ग) रु.80	रु. $\frac{80}{2}$ = रु. 40	रु.5 × 40 = रु. 200	रु.10 × 40 = रु.400

माथिको तालिकामा 2 वस्तुहरूको मूल्यबाट एकाइ वस्तुको मूल्य निकालिएको छ । त्यसपछि क्रमशः 5 ओटा र 10 ओटा वस्तुहरूको मूल्य निर्धारण भएको छ ।

यसरी धेरै वस्तुहरूको मूल्य थाहा भएमा त्यसभन्दा बढी वस्तुहरूको मूल्य निकाल्न सबैभन्दा पहिले एउटा वस्तुको मूल्य निकाल्नुपर्छ । त्यसपछि चाहिए जति वस्तुहरूको मूल्य पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

उदाहरण 1

10 कि.ग्रा. चामलको मूल्य रु. 460 भए 6 कि.ग्रा. चामलको मूल्य कति होला ?

यहाँ, 10 कि.ग्रा. को मूल्य = रु. 460

∴ 1 कि.ग्रा. को मूल्य = $\frac{\text{रु. } 460}{10}$

= रु. 46

त्यसैले, 6 कि.ग्रा. चामलको मूल्य = 6 x रु. 46

= रु. 276

अत: 6 कि.ग्रा. चामलको मूल्य रु. 276 हुन्छ ।

उदाहरण 2

यदि 2 हात बराबर 1 मिटर (लगभग) हुन्छ भने 6 हात चौडाइ भएको कुनै कोठा कति मिटर चौडाइको होला ?

यहाँ, 2 हात = 1 मिटर

1 हात = $\frac{1}{2}$ मिटर

6 हात = $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ मिटर

उदाहरण 3

रहरको दाल 5 कि.ग्रा.को मूल्य रु. 600 पर्छ भने उक्त दरमा 25 कि.ग्रा. दालको प्याकेट किन्न कति रुपियाँ आवश्यक पर्छ ?

यहाँ, 5 कि.ग्रा दालको मूल्य = रु. 600

1 कि.ग्रा. दालको मूल्य = रु. $\frac{600}{5}$ = रु. 120

25 कि.ग्रा. दालको मूल्य = 25 x रु. 120 = रु. 3000

अत: 25 कि.ग्रा. दालको प्याकेट किन्न रु. 3000 आवश्यक पर्छ ।

अभ्यास 15.2

1. **निम्नलिखित तालिका पूरा गर :**

	2 ओटाको मूल्य	एकाइ मूल्य	6 ओटाको मूल्य	10 ओटाको मूल्य
(क)	रु. 8	....	....	....
(ख)	....	....	रु. 30	....
(ग)	....	....	....	रु. 100

2. 5 ओटा झोलाको मूल्य रु. 400 भए 3 ओटाको मूल्य कति होला ?

3. 15 ओटा कलमको मूल्य रु. 450 हुँदा 6 ओटा कलमको मूल्य कति होला ?

4. 22 ओटा कापीको मूल्य रु. 176 भए 15 ओटाको मूल्य निकाल ।

5. यदि 4 हात बराबर 2 मिटर (लगभग) हुन्छ भने 10 हात लम्बाइको कपडा कति मिटर लामो होला ?

6. 80 ओटा स्याउ किन्नका लागि रु. 720 आवश्यक पर्छ, 45 ओटा मात्र किन्नका लागि कति चाहिएला ?

7. 5 जोर जुत्ताको मूल्य रु. 2250 छ भने त्यस्तै 3 जोरमात्र किन्दा कति रुपियाँ तिर्नुपर्छ ।

8. 25 कि.ग्रा. चामलको मूल्य रु. 1000 भए 80 कि.ग्रा. चामलको मूल्य कति होला ?

9 35 ओटा किताबको मूल्य रु. 7000 भए 12 ओटा उस्तै किताबको मूल्य कति हुन्छ ?

10. 1 क्विन्टल दालको मूल्य रु. 10500 पर्दछ भने 175 कि.ग्रा. दालको मूल्य पत्ता लगाऊ ।

11. 75 बोरा सिमेन्टको जम्मा मूल्य रु. 43125 भए 80 बोरा सिमेन्टको मूल्य पत्ता लगाऊ ।

12 यदि 120 पाइला बराबर 100 मिटर (लगभग) हुन्छ भने 1200 पाइला हिँड्दा कति टाढा पुगिन्छ ?

एकाइ 16 साधारण ब्याज (Simple Interest)

शर्मिलाले एउटा बैङ्कमा रु. 18,000 बचत खातामा जम्मा गरेको 1 वर्षपछि उनलाई बैङ्कले रु. 900 थपेर रु. 18,900 फिर्ता दियो ।

(क) बैङ्कमा जम्मा गरेको रकमलाई सावाँ (Principal - P) भनिन्छ । यहाँ रु. 18,000 सावाँ हो ।

(ख) बैङ्कले फिर्ता गरेको एकमुष्ठ रकमलाई मिश्रधन (Amount - A) भनिन्छ । यहाँ रु. 18,900 मिश्रधन हो ।

(ग) बैङ्कले दिएको थप रकमलाई ब्याज (Interest - I) भनिन्छ । यहाँ रु. 900 ब्याज हो ।

(घ) जुनसुकै बैङ्कले एउटा निश्चित दरमा ब्याज दिने गर्छ । यहाँ बचत खातामा जम्मा गरेको रकम रु. 18,000 मा बैङ्कले रु. 900 ब्याज दियो ।

(ङ) ब्याजदर सामान्यतया प्रतिवर्ष प्रतिशतमा निर्धारण गरिएको हुन्छ । एक वर्षमा रु. 100 मा दिने ब्याजलाई ब्याजदर भनिन्छ ।

त्यसैले, प्रतिवर्षको ब्याज दर (rate of interest) = $\frac{900}{18,000} \times 100\% = 5\%$ हुन्छ ।

जति समयावधिका लागि बैङ्कमा पैसा राखिन्छ त्यसलाई समय (Time - T) भनिन्छ ।

साधारण ब्याजमा प्रयोग हुने निम्न लिखित शब्दहरू थाहा पाई राखौँ :
मूलधन (सावाँ) - (Principal - P) मिश्रधन (Amount - A) ब्याज (Interest - I) समय (Time - T) ब्याजदर (Rate - R)

उदाहरण 1

अजयकी आमाले एउटा वाणिज्य बैङ्कबाट 12% प्रतिवर्ष ब्याजका दरले किराना पसल खोल्नका लागि रु. 50,000 ऋण लिएकी रहिछन् । उनले तिन वर्षमा बैङ्कलाई कति ब्याज तिर्नुपर्‍यो होला ?

यहाँ, 12% ब्याजदरले,

1 वर्षको रु. 100 को ब्याज = रु. 12

1 वर्षको रु. 1 को ब्याज = रु. $\frac{12}{100}$

1 वर्षको रु. 50,000 को ब्याज = रु. $\frac{12}{100} \times$ रु. 50,000

3 वर्षको रु. 50,000 को ब्याज $= रु.\ \frac{12}{100} \times$ रु. 50,000 × 3

$= रु.\ \frac{12}{100} \times$ रु. 50,000 × 3

= रु. 6,000 × 3

∴ तीन वर्षको ब्याज = रु. 18,000

अत: अजयकी आमाले तिन वर्षमा रु. 18,000 ब्याज तिर्नुपरेछ ।

उदाहरण 2

रु. 250 को 4 वर्षमा वार्षिक 5% ले कति ब्याज पाइन्छ ?

यहाँ, 5% प्रतिवर्ष ब्याजदर भन्नाले,

रु. 100 को 1 वर्षको ब्याज = रु. 5

∴ रु. 1 को 1 वर्षको ब्याज $= रु.\ \frac{5}{100}$

∴ रु. 1 को 4 वर्षको ब्याज $= रु.\ \frac{5 \times 4}{100}$

∴ रु. 250 को 4 वर्षको ब्याज $= रु.\ \frac{5 \times 4 \times 250}{100}$

$= रु.\ \left(\frac{5 \times 4 \times 250}{100}\right)$

$= रु.\ \frac{250}{5}$ = रु. 50

अत: रु. 25 को 4 वर्षमा ब्याज रु. 50 हुन्छ ।

उदाहरण 3

रु. 500 को प्रतिवर्ष 10% का दरले 9 महिनामा आउने ब्याज निकाल ।

उत्तर

यहाँ 10% प्रतिवर्ष व्याजदर भन्नाले,

रु. 100 को 1 वर्षको ब्याज = रु. 10

∴ रु. 1 को 1 वर्षको ब्याज $= रु.\ \frac{10}{100}$

$\because$ रु. 1 को 12 महिनाको ब्याज $= \text{रु.} \frac{10}{100}$ [$\because$ 1 वर्ष = 12 महिना]

$\therefore$ रु. 1 को 1 महिनाको ब्याज $= \text{रु.} \frac{10}{100 \times 12}$

$\therefore$ रु. 500 को 1 महिनाको ब्याज $= \text{रु.} \frac{10 \times 500}{100 \times 12}$

$\therefore$ रु. 500 को 9 महिनाको ब्याज $= \text{रु.} \frac{10 \times 500 \times 9}{100 \times 12}$

$= \text{रु.} \frac{90 \times 500}{100 \times 12} = \text{रु.} \frac{90 \times 5}{12} = \text{रु. } 37.50$

तसर्थ रु. 500 को 9 महिनाको ब्याज रु. 37.50 हुन्छ ।

अभ्यास 16

ऐकिक नियमबाट साधारण ब्याज पत्ता लगाऊ :

	सावाँ	समय	ब्याजदर
1.	रु. 300	5 वर्ष	5% प्रतिवर्ष
2.	रु. 500	3 वर्ष	4% प्रतिवर्ष
3.	रु. 800	2 वर्ष	10% प्रतिवर्ष
4.	रु. 900	5 वर्ष	10% प्रतिवर्ष
5.	रु. 250	8 वर्ष	2% प्रतिवर्ष
6.	रु. 350	3 वर्ष	7% प्रतिवर्ष
7.	रु. 500	2 वर्ष	5% प्रतिवर्ष
8.	रु. 800	9 महिना	12% प्रतिवर्ष

9. रु. 10000 को प्रतिवर्ष 8% का दरले 6 महिनाको ब्याज कति होला ? पत्ता लगाऊ ।

10. रु. 5000 को प्रतिवर्ष 10% का दरले 8 महिनामा आउने ब्याज पत्ता लगाऊ ।

11. डोल्माले रु. 12,000 सावाँ कुनै सहकारीमा प्रतिवर्ष 14% का दरले 9 महिनासम्म रकम राख्दा कति ब्याज पाउँछिन् ?

12. कृष्णले रु. P वार्षिक ब्याजदर R% प्रतिवर्षका दरले पाउने गरी T वर्षका लागि बैङ्कमा जम्मा गरेछ भने उनले पाउने ब्याज कति हुन्छ ?

एकाइ 17 तथ्याङ्क शास्त्र (Statistics)

17.1 तथ्याङ्कको सङ्कलन (मिलान चिह्न, बारम्बारता)

शिक्षकले कक्षा 6 का 40 जना विद्यार्थीहरूले कुन विषय बढी रुचाउँदा रहेछन् भनेर जान्न चाहनुभयो । यसका लागि गुरुले प्रत्येक विद्यार्थीलाई एकएक गरी मन परेको विषय भन्न लगाउनुभयो । शिक्षकले विद्यार्थीको रुचिको विषयलाई बोर्डमा लेख्दै जानुभयो । शिक्षकले प्राप्त गरेको जानकारी निम्नानुसार थियो :

गणित, गणित, विज्ञान, अङ्ग्रेजी, गणित, विज्ञान, विज्ञान, अङ्ग्रेजी, नेपाली, अङ्ग्रेजी, गणित, अङ्ग्रेजी, विज्ञान, नेपाली, गणित, नेपाली, अङ्ग्रेजी, गणित, गणित, विज्ञान, विज्ञान, नेपाली, नेपाली, गणित, विज्ञान, अङ्ग्रेजी, नेपाली, नेपाली, गणित, अङ्ग्रेजी, विज्ञान, गणित, नेपाली, नेपाली, गणित, विज्ञान, अङ्ग्रेजी, नेपाली, अङ्ग्रेजी, विज्ञान

अब शिक्षकले निम्न लिखित प्रश्न गर्नुभयो :

(क) सबैभन्दा बढी मन परेको विषय कुन रहेछ ?

(ख) कति जनाले नेपाली मन पराए ?

(ग) सबैभन्दा कम मन पर्ने विषय कुन रहेछ ?

(घ) जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या कति रहेछ ?

माथिको जानकारीबाट यी प्रश्नहरूको उत्तर पाउन त निकै कठिन छ भनेर रामले भने । त्यसो भए के गर्दा सजिलै थाहा पाउन सकिएला त ? यही जानकारीलाई शिक्षकले तालिका बनाएर प्रस्तुत गर्नुभयो । मन पर्ने विषयलाई तालिकाको एउटा कोठा (column) मा लेख्नुभयो र माथिको जानकारी पढ्दै सम्बन्धित विषयका लागि एउटा एउटा मिलान (talley) चिह्न राख्दै जानुभयो । तालिका तल दिइएअनुसार थियो :

बारम्बारता तालिका

विषय	मिलान चिह्न	बारम्बारता
गणित	卌 卌 |	11
विज्ञान	卌 卌	10
नेपाली	卌 卌	10
अङ्ग्रेजी	卌 ||||	9
	जम्मा	40

अब माथिको प्रश्नको उत्तर सहजै दिन सकिन्छ । यहाँ सङ्कलित जानकारीलाई आँकडा (data) भनिन्छ । सुरुमा सङ्कलन गरेको तथ्याङ्कलाई प्रारम्भिक आँकडा (raw data) भनिन्छ । यस प्रकारको तथ्याङ्कले चाहेको थोरैमात्र जानकारी दिन्छ । यही तथ्याङ्कलाई मिलान चिह्न र बारम्बारता प्रयोग गरी तालिकामा प्रस्तुत गर्दा पढ्न र जानकारी लिन धेरै सजिलो हुन्छ । यहाँ मिलान चिह्न कसरी लेखेको छ, छलफल गर । यो तालिकालाई बारम्बारता तालिका भनिन्छ ।

अभ्यास 17.1

1. एउटा कक्षाका 27 जना विद्यार्थीहरूको उचाइ से.मि. स्केलमा दिइएको छ । यो प्रारम्भिक आँकडालाई मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिका बनाऊ :

120	122	121	120	123	120	122	122
123	121	121	120	120	122	121	123
122	123	123	122	121	120	120	120
121	123	122					

2. एउटा विद्यालयमा हिँडेर पढ्न आउने बाहेकका विद्यार्थीहरूले निम्नलिखित सवारी साधनहरू प्रयोग गर्दा रहेछन् :

साइकल, बस, बस, बस, ट्याक्सी, बस, बस, ट्याक्सी, साइकल, साइकल, बस, बस, बस, ट्याक्सी, मोटरसाइकल, बस, मोटरसाइकल, बस, साइकल, बस, ट्याक्सी, बस, मोटरसाइकल, मोटरसाइकल, साइकल, बस, मोटरसाइकल, बस, साइकल, बस, साइकल, बस

उपर्युक्त आँकडालाई मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिका बनाएर देखाऊ ।

3. फोहोर सङ्कलन गर्दा 40 ओटा उद्योग प्रतिष्ठानहरूले खेर फालेका पुराना सामानहरू निम्नानुसार पाइयो :

कपडा, कपडा, छाला, उनका टुक्रा, छाला, पोलिथिन, कपडा, कपडा, सिसा, छाला, कागज, सिसा, पोलिथिन, प्लास्टिक, कागज, उनका टुक्रा, सिसा, सिसा, कागज, सिसा, पोलिथिन, सिसा, पोलिथिन, सिसा, कागज, छाला, पोलिथिन, उनका टुक्रा, सिसा, सिसा, सिसा

(i) उपर्युक्त आँकडालाई मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिका बनाई देखाऊ ।

(ii) सबैभन्दा बढी कुन सामान खेर फालेको देखियो ?

(iii) सबैभन्दा कम कुन सामान खेर फालेको देखियो ?

4. एउटा दुग्ध वितरण आयोजनाले कुनै गाउँका 25 परिवारलाई निम्नानुसार दुध वितरण गर्दो रहेछ :

500 *ml*	500 *ml*	1000 *ml*	500 *ml*	2000 *ml*
1000 *ml*	1500 *ml*	1500 *ml*	1000 *ml*	500 *ml*
500 *ml*	500 *ml*	500 *ml*	1000 *ml*	1000 *ml*
500 *ml*	500 *ml*	700 *ml*	500 *ml*	500 *ml*
1000 *ml*	500 *ml*	1000 *ml*	1500 *ml*	500 *ml*

मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिका बनाई निम्नलिखित प्रश्नको जवाफ देऊ :

(i) 500 *ml* दुध प्रयोगकर्ताको सङ्ख्या कति रहेछ ?

(ii) 500 *ml* भन्दा बढी दुध प्रयोगकर्ताको सङ्ख्या कति रहेछ ?

(iii) सबैभन्दा बढी अर्थात् 2000 *ml* प्रयोग गर्ने परिवार सङ्ख्या कति रहेछ ?

(iv) कति *ml* दुध प्रयोग गर्ने परिवार सङ्ख्या सबैभन्दा बढी छ ?

17.2 साधारण स्तम्भचित्र (Simple bar diagram)

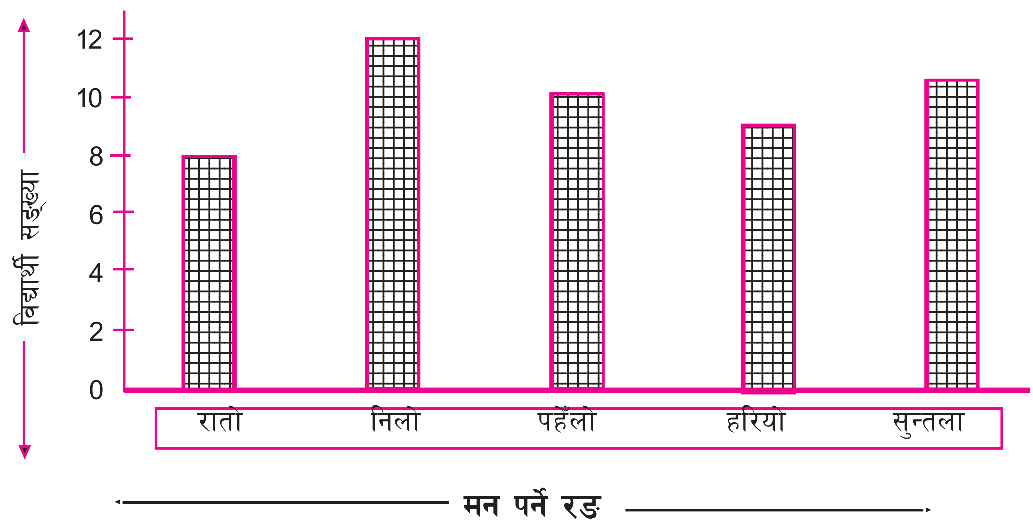
प्राप्त सुचना एवम् तथ्याङ्कलाई एकै झलकमा धेरै जानकारीहरू अर्थपूर्ण तरिकाले सहजै बुझ्न सक्ने गरी प्रस्तुत गर्नुपर्दा स्तम्भचित्र (bar diagram) बनाएर प्रस्तुत गरिन्छ । यस्ता स्तम्भचित्रमध्ये साधारण स्तम्भचित्र अत्यधिक प्रचलनमा छ, यसका लागि तल दिइएको उदाहरण हेर :

कक्षा 6 का 50 जना विद्यार्थीहरूलाई "तिमीहरूलाई कुन रङ धेरै मन पर्छ ?" भनी सोधिएकोमा निम्नानुसारको आँकडा प्राप्त भयो :

मन पर्ने रङ	रातो	निलो	पहेँलो	हरियो	सुन्तला
विद्यार्थी सङ्ख्या	8	12	10	9	11

उल्लिखित जानकारीलाई साधारण स्तम्भचित्रमा प्रस्तुत गर्दा वर्गाकार वा आयताकार कागजको तेर्सो रेखा (horizontal line) मा विद्यार्थीले मन पराउने रङ र ठाडो रेखा (vertical line) मा 1 कोठा = 1 विद्यार्थी सङ्ख्या लिएर स्तम्भ खिच्दै जाँदा निम्नानुसारको स्तम्भचित्र बन्यो :

द्रष्टव्य : यसरी खिचिएका स्तम्भचित्रहरू बिचको दुरी बराबर हुनुपर्छ र प्रत्येक स्तम्भचित्रको चौडाइ बराबर बनाउनुपर्छ ।



अब माथिको स्तम्भचित्रको रङका आधारमा निम्न लिखित प्रश्नको जवाफ देऊ :

(क) सबैभन्दा बढी मन पर्ने रङ कुन रहेछ ? उत्तर : निलो

(ख) सबैभन्दा कम मन पर्ने रङ कुन रहेछ ? उत्तर : रातो

(ग) कति विद्यार्थीले सुन्तला रङ मन पराए ? उत्तर : 11

(घ) कति प्रतिशत विद्यार्थीले पहेँलो मन पराए ? उत्तर : 20%

(ङ) रातो रङ मन पराउने विद्यार्थी सङ्ख्या सम्पूर्ण विद्यार्थी सङ्ख्याको कति भाग रहेछ ? (भिन्नमा उल्लेख गर ।) $\frac{8}{50} = \frac{4}{25}$

(च) उक्त चित्रमा स्तम्भको उचाइले के जनाउँछ ? विद्यार्थी सङ्ख्या

अब, तथ्याङ्कलाई साधारण स्तम्भचित्र बनाएर प्रस्तुत गर्दा के के फाइदा हुँदो रहेछ, छलफल गर ।

अभ्यास 17.2

1. नेपालका निम्नानुसारका 5 ओटा मुख्य सहरमा चैत 7 गतेको तापक्रमको नाप सेन्टिग्रेड स्केलमा नाप्दा निम्नलिखित आँकडा पाइयो :

अब, कापीमा तेर्सो रेखामा ठाउँको नाम र ठाडो रेखामा तापक्रमको नाप लिएर साधारण स्तम्भचित्र बनाऊ ।

धनकुटा	काठमाडौँ	पोखरा	नेपालगञ्ज	दिपायल
32^oC	28^oC	30^oC	33^oC	35^oC

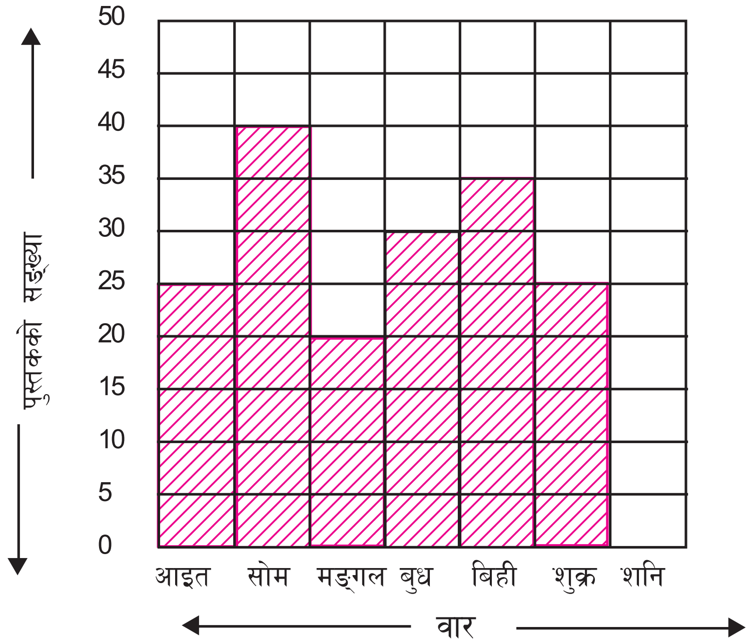
2. 50 जना विद्यार्थीलाई उनीहरूलाई मन पर्ने फलफूलको नाम लेख्न लगाइयो । उनीहरूबाट प्राप्त उत्तरलाई तालिकामा देखाइएको छ । उक्त तालिकालाई साधारण स्तम्भचित्रमा प्रस्तुत गर :

मन परेको फलफूल	सुन्तला	स्याउ	केरा	अङ्गुर	अनार
विद्यार्थी सङ्ख्या	12	9	8	11	10

3. एउटा पशु फार्ममा भएका पशुहरूको विवरण तल दिइएको छ । कापीमा ठाडो रेखामा 1 एकाइ बराबर 5 पशुहरूको सङ्ख्या लिई साधारण स्तम्भचित्र खिच :

पशु	भेडा	बाख्रा	गाई	भैँसी	सुँगुर
सङ्ख्या	35	50	25	10	15

4. एउटा पसलमा 1 हप्ताभरिमा भएको पुस्तक बिक्री तलको साधारण स्तम्भ चित्रमा दिइएको छ । उक्त स्तम्भचित्र हेर र तल सोधिएका प्रश्नहरूका उत्तर देऊ :



(i) कुन बारमा सबैभन्दा धेरै पुस्तक बिक्री भएछन् ?

(ii) कुन बारमा एउटा पनि किताब बिक्री भएन ?

(iii) आइतबार र शुक्रबारमध्ये कुन दिनमा बढी पुस्तक बिक्री भएछन् ?

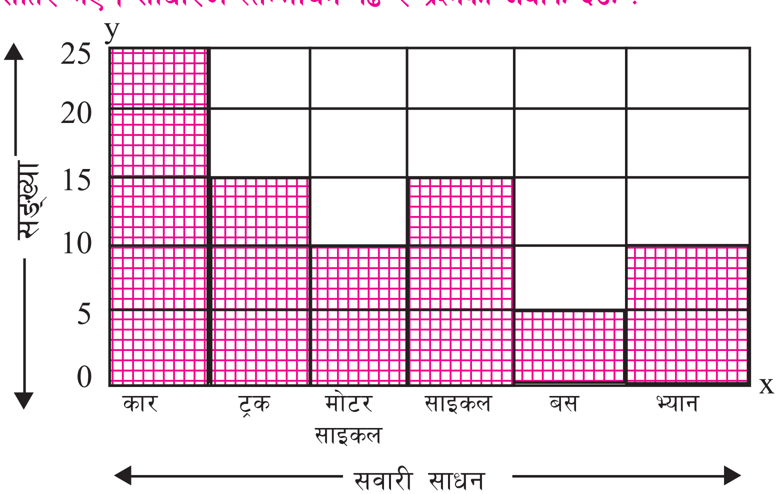
(iv) बिक्री भएका दिनमध्ये सबैभन्दा कम बिक्री हुने दिन कुन हो ?

(v) सबै गरेर जम्मा कति पुस्तक बिक्री भएछन् ?

(vi) सोमबार भएको बिक्री सम्पूर्ण बिक्रीको कति प्रतिशत रहेछ ?

(vii) सोमबारभन्दा मङ्गलबार कति प्रतिशत कम बिक्री भएछ ?

5. **प्रहरी चेकपोस्ट थानकोटबाट 2 घण्टाभित्रमा निम्नलिखित सवारी साधनहरू निम्नलिखित सङ्ख्यामा नौबिसेतिर गए । साधारण स्तम्भचित्र पढ र प्रश्नको जवाफ देऊ :**



(i) सबैभन्दा बढी र सबैभन्दा कम कुन कुन सवारीका साधन थानकोटबाट नौबिसेतिर गएछन् ?

(ii) कुन कुन सवारीका साधन बराबर सङ्ख्यामा गएका थिए ?

(iii) उक्त समयमा जम्मा कति ओटा सवारी साधन नौबिसेतिर गएछन् ?

(iv) कारहरूमध्ये $\frac{3}{5}$ राता थिए भने कतिओटा कार राता रहेछन् ?

(v) मोटरसाइकलहरूमध्ये $\frac{2}{5}$ डबल लोड थिए । कतिओटामा डबल लोड रहेछन् ?

(vi) साइकल चालकहरूमध्ये $\frac{2}{5}$ केटीहरू रहेछन् भने कति जना केटीहरू रहेछन् ?

6. तिम्रो कक्षाका साथीहरू कुन कुन बार जन्मेका रहेछन् । साथीहरूसँग सोधेर तालिका बनाई स्तम्भ चित्रमा देखाऊ ।

एकाइ 18

बीजीय अभिव्यञ्जक (Algebraic Expression)

18.1 चल र अचलको समीक्षा

बीज गणितमा सङ्ख्या जनाउनका लागि अक्षर वा सङ्केत प्रयोग गर्न सकिन्छ । तलका भनाइहरू पढ र प्रत्येकमा प्रयोग भएका सङ्केत वा अक्षरको मान लेख :

(क) y ले 5 भन्दा ठुला तर 10 भन्दा साना गन्तीका सङ्ख्याहरूलाई जनाउँछ । यहाँ y को मान 6, 7, 8, 9 मध्ये कुनै एउटा सङ्ख्या हुन सक्छ ।

(ख) x ले 10 भन्दा साना रूढ सङ्ख्याहरूलाई जनाउँछ । यहाँ x को मान 2, 3, 5, 7 मध्ये कुनै एक हुन सक्छ ।

(ग) a ले 5 भन्दा ठुलो तर 7 भन्दा सानो गन्तीको सङ्ख्या जनाउँछ । यहाँ, a को मान 6 हो ।

- **यसरी कुनै अक्षर वा सङ्केतको एउटा मात्र निश्चित मान हुन्छ भने त्यो अक्षर वा सङ्केतलाई अचल (constant) भनिन्छ । माथिको उदाहरणमा a अचल हो ।**
- **कुनै अक्षर वा सङ्केतको मान एकभन्दा बढी हुन्छ भने त्यो अक्षर वा सङ्केत चल (variable) हो । माथिको उदाहरणमा y र x चल हुन् ।**

अभ्यास 18.1

1. **तलका प्रत्येक अवस्थामा x, y, z, a, b, c इत्यादि चल वा अचल के हुन्, छुट्याऊ :**

   (i) x ले प्रदेश न. १ का जिल्लाहरूको नाम जनाउँछ ।

   (ii) y ले एउटा विद्यालयका विद्यार्थी सङ्ख्या जनाउँछ ।

   (iii) z ले 10 भन्दा ठुला तर 12 भन्दा साना पूर्ण सङ्ख्या जनाउँछ ।

   (iv) a को मान 5 हो ।

   (v) b ले 2 वा 3 लाई जनाउँछ ।

   (vi) c ले 2 र 3 को योगफललाई जनाउँछ ।

2. **तलको अवस्थामा x र y का सम्भव भए जति सबै मानहरू लेख :**

   (i) x ले 5 देखि 8 सम्मका गन्तीका सङ्ख्या जनाउँछ ।

   (ii) 3 र 5 बिचको गन्तीको सङ्ख्या x हो ।

   (iii) y ले 20 भन्दा ठुला 30 भन्दा साना सबै जोर सङ्ख्या जनाउँछ ।

   (iv) y ले 10 र 6 को अन्तरलाई जनाउँछ ।

3. प्रश्न नं. 2 मा x र y चल वा अचल के हुन्, छुट्याऊ ।

4. x ले 10 भन्दा साना तर 8 भन्दा ठुला सबै गन्तीका सङ्ख्या जनाउँछ र y ले 10 मात्र जनाउँछ भने,
   (i) x र y चल वा अचल के हुन् ?
   (ii) y र x मा कुन ठुलो छ ?
   (iii) y र x को फरक कति हुन्छ ?
   (iv) y र x को जोडफल कति हुन्छ ?

5. (i) x को 3 गुणा 21 हुन्छ भने x चल वा अचल के हो ?
   (ii) x मा 2 जोड्दा 6 हुन्छ भने x चल वा अचल के हो ?

18.2 बीजीय अभिव्यञ्जक (Algebraic expression)

तलका भनाइहरूलाई पढ :

(a) विशालसँग जम्मा x ओटा गुच्चा थिए । उनले 2 ओटा गुच्चा हराएछन् । यो भनाइलाई गणितीय वाक्यमा $x - 2$ लेखिन्छ ।

(b) पेमासँग रु. y थियो । उनले रु. 5 भेट्टाइन भने उनीसँग जम्मा रु. $y + 5$ हुन्छ ।

(c) नेन्सीले y ओटा बिस्कुट खाइन् । नेन्सीको भाइले नेन्सीको भन्दा दोब्बर बिस्कुट खाए । नेन्सीको भाइले जम्मा 2y बिस्कुट खाए ।

(d) रहिमसँग भएका z चकलेटहरू खुशी र रहिमले बराबर गरी बाँडे भने प्रत्येकसँग $\frac{z}{2}$ चकलेटहरू हुन्छन् ।

(e) सूर्योदय प्रा.वि. का x जना विद्यार्थीहरूमध्ये कुनै दिन y विद्यार्थी गयल भएछन् । सूर्योदय प्रा.वि. मा त्यो दिन $x - y$ विद्यार्थी हाजिर छन् ।

माथि दिइएका गणितीय सङ्केतमा लेखिएका सबै भनाइहरू बीजीय अभिव्यञ्जकहरू हुन् ।

बीजीय अभिव्यञ्जकहरू एकपदीय, दुईपदीय र बहुपदीय हुन सक्छन् । 2, $3x$, $\frac{x}{4}$ आदि एकपदीय अभिव्यञ्जक हुन् । $x + y$, $2 + x$, $3x + 2y$ इत्यादि दुईपदीय अभिव्यञ्जक हुन् । $x + y + z$, $2x + 3y + 4z - 3yz$ इत्यादि बहुपदीय अभिव्यञ्जकहरू हुन् ।

अभ्यास 18.2

1. **तल दिइएका प्रत्येक दुई पदका बिचमा दिइएको क्रिया प्रयोग गरी बीजीय अभिव्यञ्जक बनाऊ :**

	पद	पद	क्रिया		पद	पद	क्रिया
(i)	x	2	+	(v)	x	3	+
(ii)	y	2	-	(vi)	p	4	-
(iii)	a	b	$\times$	(vii)	q	r	$\times$
(iv)	3	z	÷	(viii)	5	t	÷

2. **तलका प्रत्येक समस्यालाई बीजीय अभिव्यञ्जकमा व्यक्त गर :**

(i) श्यामसँग 5 ओटा स्याउ थिए । उसले आफूसँग भएको मध्ये x ओटा खायो । अब श्यामसँग जम्मा कति स्याउ छन् ?

(ii) डोल्मासँग 5 ओटा अभ्यास पुस्तिका थिए । उनले y ओटा अभ्यास पुस्तिका थप किनेछ । अब ऊसँग कतिओटा अभ्यास पुस्तिका छन् ?

(iii) x कि.मि. यात्रा गर्नु थियो भने 15 कि.मि. यात्रा गरेपछि कति कि.मि. बाँकी रह्यो ?

(iv) y को चार गुणामा 5 थप्दा कति हुन्छ ?

(v) z को 3 गुणालाई y ले भाग गर्दा कति हुन्छ ?

(vi) कर्माको उमेर x वर्ष छ । कर्माका बाबुको उमेर कर्माको भन्दा दोब्बर छ । कर्माको बाबुको उमेर कति रहेछ ?

(vii) एउटा बगैँचामा x ओटा बिरुवा थिए । y ओटा बिरुवाहरूलाई रोग लागेछ । अब कति बिरुवाहरू निरोगी रहेछन् ?

(viii) y को 6 गुणा सङ्ख्यामा z जोड्दा कति हुन्छ ?

(ix) m लाई n ले भाग गरेर p जोड्डा कति हुन्छ ?

3. **जोडा मिलाऊ :**

(i) x र y को जोडको 5 गुणा	(a) $\frac{x}{y} + z$
(ii) x र y को फरकको 2 गुणा	(b) $2x - 3y$
(iii) x र y को गुणनफल र z को फरक	(c) $xy - (x + y)$
(iv) x र y को गुणनफलबाट x र y को जोडफल घटाउँदाको अन्तर	(d) $(3x + 4y)$
(v) x र y को भागफलमा z जोड्दा आउने जोडफल	(e) $xy - z$
(vi) x को दुई गुणाबाट y को 3 गुणा घटाउँदा आउने अन्तर	(f) $5(x + y)$
	(g) $2(x - y)$
	(h) $\frac{5x+7y}{2}$

4. एउटाको रु. 8 पर्ने कलम x ओटा र एउटाको रु. 12 पर्ने कपी y ओटा किन्दा जम्मा कति रुपियाँ तिर्नुपर्ला ? बीजीय अभिव्यञ्जकमा लेख ।

5. **निम्नलिखित बीजीय अभिव्यञ्जकबाट वाक्य बनाऊ :**

(i) $2x - y$ (ii) $xy + 15$ (iii) $3x + 2y$ (iv) $4z + 5$

18.3 बीजीय अभिव्यञ्जकको सङ्ख्यात्मक मान (Numerical value of algebraic expression)

अभिव्यञ्जक $2x + 3$ मा x चल राशि हो । x को मान कुनै पनि हुन सक्छ । x को मानअनुसार अभिव्यञ्जक $2x + 3$ को मान पनि फरक फरक हुन्छ । उदाहरणका लागि,

यदि $x = 1$ भए $2x + 3 = 2 \times 1 + 3 = 2 + 3 = 5$ हुन्छ ।

यदि $x = 2$ भए $2x + 3 = 2 \times 2 + 3 = 4 + 3 = 7$ हुन्छ ।

यदि $x = 3$ भए $2x + 3 = 2 \times 3 + 3 = 6 + 3 = 9$ हुन्छ ।

यहाँ 5, 7, 9 लाई अभिव्यञ्जक $2x + 3$ को सङ्ख्यात्मक मान भनिन्छ ।

कुनै पनि अभिव्यञ्जकमा चलको ठाउँमा दिएको मान प्रतिस्थापन गर्दा आउने मान (सङ्ख्या) नै त्यो अभिव्यञ्जकको सङ्ख्यात्मक मान (numerical value) हुन्छ ।

अभ्यास 18.3

1. यदि $x = 2$ भए $4x$ को मान कति हुन्छ ?
2. यदि $z = 3$ भए $2z + 5$ को मान कति हुन्छ ?
3. यदि $p = 9$ भए $p + 3$ को मान कति हुन्छ ?
4. यदि $a = 2$ र $b = 3$ भए $2a + 3b$ को मान कति हुन्छ ?
5. यदि $y + 4 = 5$ भए $5(y + 4)$ को मान कति हुन्छ ? y को मान नि ?
6. यदि $p = 2$ भए $3p^2$ को मान कति हुन्छ ?
7. यदि $x = 5$ र $y = 6$ भए $x^2 + y^2$ को मान कति हुन्छ ?
8. यदि $m = 4$ र $n = 3$ भए $3m^2 - 4n^2$ को मान कति हुन्छ ?
9. यदि $l = 3$ र $b = 2$ भए $2(l + b)$ को मान कति हुन्छ ?
10. यदि $\pi = \frac{22}{7}$ र $r = 7$ भए πr^2 को मान कति हुन्छ ? (π लाई "पाई" भनिन्छ ।)
11. यदि $s = 6$ भए $6s^2$ को मान कति हुन्छ ?
12. **यदि $a = 2$, $b = 3$ र $c = 4$ भए तलका अभिव्यञ्जकहरूको मान निकाल :**

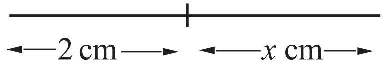
(a) $a + b - c$ (b) $b - a + c$ (c) $c + a - b$

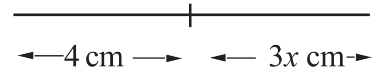
(d) $2a + 5b - 4c$ (e) $3a - 2b + 4c$ (f) $5a - b - c$

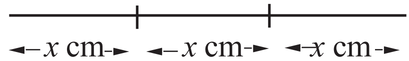
(g) $2a^2 + 3b^2$ (h) $5c^2 - 4b^2 + a^2$ (i) $3ab^2 + 2bc^2$

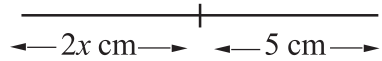
(j) $\frac{(5a + 2b)}{c}$ (k) $\frac{(3c - 2b) \times a}{2a}$ (l) $\frac{(5a - 2b)c}{4}$

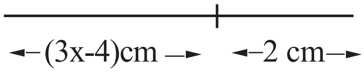
13. x = 4cm हुँदा तलका प्रत्येक रेखाखण्डको लम्बाइ कति हुन्छ ?

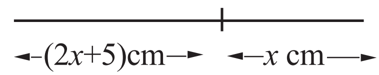
(a)


(b)


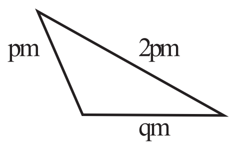
(c)


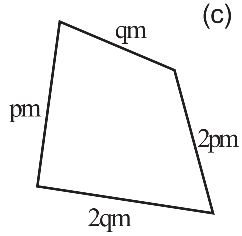
(d)


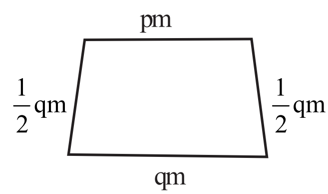
(e)


(f)


14. तलका आकृतिहरूको घेरा जनाउने अभिव्यञ्जक लेख । यदि p = 3 र q = 4 भए प्रत्येक आकृतिको घेराको नाप निकाल । (चित्रमा m ले मिटर जनाउँछ ।)

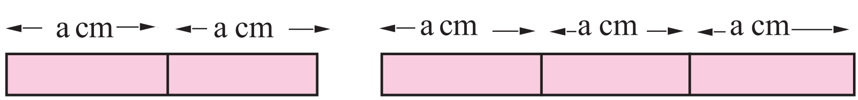
(a)


(b)


(c)


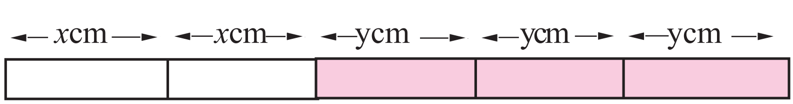
18.4 सजातीय र विजातीय पदहरूको जोड र घटाउ

a से.मि. लामा 2 ओटा लट्ठी र त्यति नै लामा 3 ओटा लट्ठी तलको चित्र जस्तै गरी जोड्दा पूरा लम्बाइ कति होला ?



यहाँ, 2a से.मि. + 3a से.मि. = 5a से.मि.

यसरी सजातीय पदहरू जोड्दा गुणाङ्क मात्र जोडेर चल राशिलाई एक पटकमात्र लेखे पुग्छ ।
तल दिइएको चित्रमा x से.मि. लामा लट्ठी 2 ओटा र y से.मि. का लठ्ठी 3 ओटा जोड्दा पूरा लम्बाइ कति होला ?



यहाँ, $x \times 2 + y \times 3 = (2x + 3y)$ से.मि. भयो ।

यसरी x से.मि. को लट्ठी र y से.मि. को लट्ठी फरक फरक भएकाले गुणाङ्क जोड्न मिल्दैन ।

उदाहरण 1

तल दिइएका प्रत्येक जोडी पदहरू सजातीय वा विजातीय पदहरू छुट्याऊ :

(a) a^2 र $3a^2$ (b) $5a^2$ र $5b^2$ (e) $6b^4$ र $8b^4$

(c) a^3 र a^2 (d) $7x^3$ र $9x^3$ (f) $3p^4$ र $3p^5$

उत्तर :

(a) a^2 र $3a^2$ सजातीय पदहरू हुन् किनभने दुबैमा चल राशि a^2 छ ।

(b) $5a^2$ र $5b^2$ विजातीय पदहरू हुन् किनभने पहिलोको चल राशि a^2 र दोस्रोको चलराशि b^2 छ जुन फरक फरक हुन् ।

(c) a^3 र a^2 विजातीय पदहरू हुन् ।

(d) $7x^3$ र $9x^3$ सजातीय पदहरू हुन् किनभने दुवैमा चल राशि x^3 छ ।

(d) $6b^4$ र $8b^4$ सजातीय पदहरू हुन् किनभने दुवैमा चल राशि b^4 छ ।

(f) $3p^4$ र $3p^5$ विजातीय पदहरू हुन् किनभने p^4 र p^5 विजातीय पदहरू हुन् ।

उदाहरण 2

योगफल निकाल :

(a) $3x + 4x$ (b) $7x + 3y + 2x$

उत्तर :

(a) $3x + 4x$

$= 7x$ (3 र 4 जोड्दा 7 र दुवैको चल राशि x)

(b) $7x + 3y + 2x$

$= 9x + 3y$ ($7x + 2x = 9x$ भयो तर $9x$ र $3y$ मा चल राशि x र y फरक भएकाले ।)

उदाहरण 3

अन्तर निकाल :

(a) $13m^2 - 9m^2$ (b) $5m^2 - 3n^2 - 2m^2$

उत्तर :

(a) $13m^2 - 9m^2$ (किनभने $13 - 9 = 4$ र चल राशि m^2)

$= 4\ m^2$

(b) $5m^2 - 3n^2 - 2m^2$ (m^2 र n^2 फरक चल राशि भएकाले)

$= 3\ m^2 - 3n^2$

अभ्यास 18.4

1. **तल दिइएका प्रत्येक पदहरू सजातीय वा विजातीय के हुन्, छुट्याऊ :**

(a) 3a र 7a (b) 3m र 4m (c) $5m^2$ र 7m

(d) $3m^2n$ र $5mn^2$ (e) $5p^2q$ र $6p^2q$ (f) 6abc र 7abc

2. **योगफल निकाल :**

(a) 3m, 2n र 5n (b) $2xy^2$, $8x^2y$ र $11xy^2$ (c) 2xy, 4yz र 8xy

(d) 2a + b + 3c, a + 4b + 2c, 7a + 5b + 7c

(e) ab + bc + ca, 3ab + 2bc + 3ca, ab + bc + ca

(f) $5x^2 + 2x + 3$, $3x^2 + 4x + 5$, $2x^2 + 3x + 1$

3. **घटाऊ गर :**

(a) (2a - 4b) बाट (4a - 4b)

(b) (7a - 5b - 7c) बाट (a - 2b - 3c)

(c) $(x^2 - xy + y^2)$ बाट $(x^2 - xy + 2y^2)$

(d) $(7x^2 - 8xyz - 9y^2)$ बाट $(8x^2 - 5xyz)$

(e) $(8x^3 - 2a^2b + 10c^3)$ बाट $(8x^3 - 2c^3)$

(f) $(4a^3 - 2b^4 + 3c^2)$ बाट $(2a^3 + 5b^4 - c^2)$

4. **सरल गर :**

(a) $2x + 5y - 8y$ (b) 8a - 17b + 10a

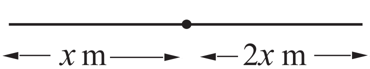
(c) $2(2x - y) - 5(x + y)$ (d) $x^2 + y^2 - 2xy - (x^2 - y^2 + 2xy)$

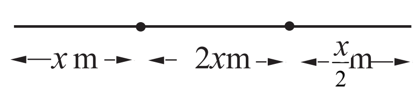
(e) $5a^2 + ab - (2a^2 + 8ab - 7b^2)$

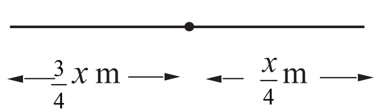
(f) 2a - 3b + 7c - (2a + 3b - c)

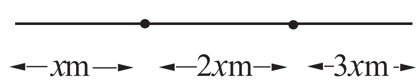
(g) a + 2b + 3c - (5a + 4b + 3c)

5. **तलका प्रत्येक रेखाखण्डको जम्मा लम्बाइ निकाल :**

(a)


(b)


(c)


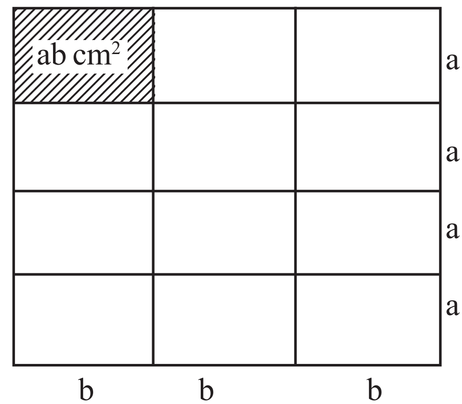
(d)


6. x = 3m भए प्रश्न 5 का प्रत्येक रेखाखण्डको वास्तविक लम्बाइ निकाल ।

18.5 बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणन (Product of algebraic expressions)

एकपदीय बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणन

लम्बाइ 4a से.मि. र चौडाइ 3b से.मि. भएको आयतको क्षेत्रफल निकाल्ने हिसाबका बारे विचार गरौं :



यो आयतको क्षेत्रफल लम्बाइ a से.मि. र चौडाइ b से.मि. भएको आयतको क्षेत्रफलको कति गुणा हुन्छ ?

यो आयतको क्षेत्रफल = 12 सानो आयत

= $12ab\ cm^2$

यस्तै एकपदीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणनमा दायाँ देखाइएजस्तो हिसाब गर्नुपर्छ । यहाँ 4a मा 4 लाई a को गुणाङ्क त्यस्तै 3b मा 3 र 12ab मा 12 क्रमश: b र ab का गुणाङ्क हुन् ।

यस्तै गरी एकपदीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणनमा गुणाङ्कहरूको गुणनफललाई अक्षरहरूको गुणनफलले गुणन गर्नुपर्छ ।

द्रष्टव्य : 1. गुणाङ्कलाई चलको अगाडि लेख्ने चलन छ ।

2. गुणाङ्क 1 भएमा लेख्ने गरिँदैन, जस्तै : 1.a = a

3. अक्षरहरूलाई क्रमअनुसार मिलाउनुपर्छ ।

उदाहरण 1

गुणन गर :

(a) $7m \times 8n$

(b) $3x \times 8y \times \frac{1}{2} \times x$

उत्तर

(a) $7m \times 8n$

$= 7 \times 8 \times m \times n$

$= 56\ mn$

(b) $3x \times 8y \times \frac{1}{2} \times x$

$= 3 \times 8 \times \frac{1}{2} \times x \times x \times y$

$= 12x^2y$

अभ्यास 18.5

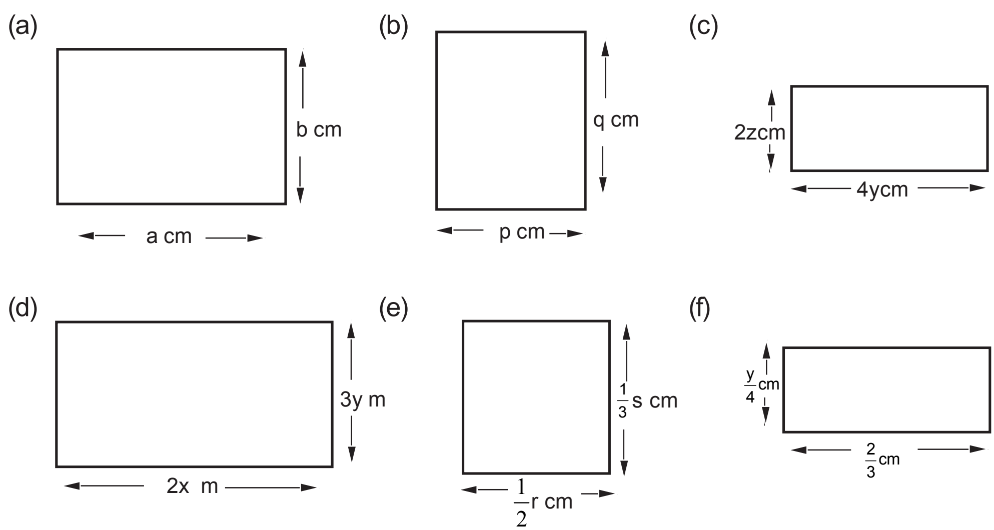
1. तलका प्रत्येक अभिव्यञ्जकमा गुणन चिह्न नभएका रूपमा व्यक्त गर :

(a) a × b (b) 2a × c (c) 3a × y (d) 1 × y (e) 0 × k

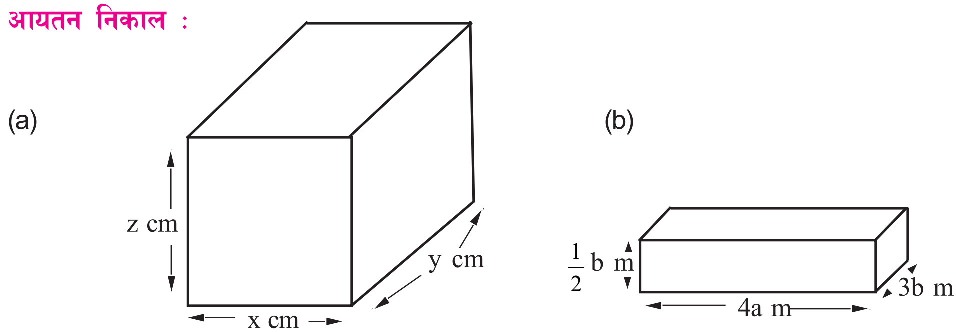
2. गुणन गर :

(a) 2 × 3a (b) 3 × 4b (c) 7c × 5c
(d) 9d × 8 (e) a × 5b (f) b × 3c
(g) 2c × 3 (h) 3p × 2q (i) 8 × r × s
(j) a × 6 × 5a (k) b × 3c × d (l) 2b × 3c × 4d
(m) 5a × 5b × 3c (n) 6a × 3c × 2 (o) $\frac{1}{2}\times 3y\times 2z$
(p) $\frac{1}{4}\times 4y\times 6z$ (q) $x\,\frac{2}{3}x\times 6y\times\frac{z}{4}$ (r) $\frac{1}{4}a\times\frac{2}{3}b\times 18c$

3. आयतको क्षेत्रफल = लम्बाइ X चौडाइ हुन्छ । तलका प्रत्येक आयतको क्षेत्रफल निकाल :

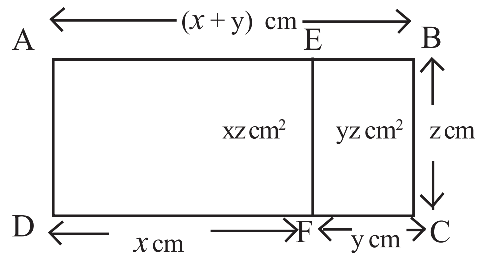


4. आयतकार वस्तुको आयतन = लम्बाइ x चौडाइ x उचाइ हुन्छ । तलका प्रत्येक आकृतिको आयतन निकाल :



18.6 द्विपदीय अभिव्यञ्जकलाई एकपदीय अभिव्यञ्जकले गुणन गर्ने

दिइएको चित्रमा आयतको लम्बाइ $(x + y)$ से.मि. र चौडाइ z से.मि. छ । यो आयतलाई लम्बाइ x से.मि. र चौडाइ z से.मि. भएको आयत ADFE र लम्बाइ y से.मि. र चौडाइ z से.मि. भएको आयत BCFE गरी दुईओटा आयतमा बाँडिएको छ ।



आयत ADFE को क्षेत्रफल = लम्बाइ x चौडाइ

$= x$ से.मि. $\times$ z से.मि.

$= xz$ वर्ग से.मि.

त्यस्तैगरी, आयत BCFE को क्षेत्रफल = y से.मि. xz से.मि.

= yz वर्ग से.मि.

$\therefore$ आयत ABCD को क्षेत्रफल = आयत ADFE + आयत BCFE

$= xz$ वर्ग से.मि. + yz वर्ग से.मि.

$= (xz + yz)$ वर्ग से.मि.

तर आयत ABCD को क्षेत्रफल = लम्बाइ $\times$ चौडाइ

$=(x + y)$ से.मि. x z से.मि.

$\therefore (x+y)z = xz + yz$ हुन्छ ।

यसरी द्विपदीयलाई एकपदीयले गुणन गर्दा गुणनको पद विच्छेदन नियम (distributive law of multiplication) प्रयोग गरिन्छ ।

यो गुणन प्रक्रियालाई निम्नानुसार देखाउन सकिन्छ :

$xz + yz = (x + y)z$

उदाहरण 1

गुणन गर : 2a र (3b + 4c)

उत्तर

$2a \times (3b + 4c) = 2a \times 3b + 2a \times 4c$ [कोष्ठ बाहिरको पदले भित्रको पदलाई छुट्टाछुट्टै गुणा गर्दा]

$= 6ab + 8ac$

उदाहरण 2

गुणन गर : $2x$ र $(4x + 3xy)$

उत्तर

$2x$ र $(4x + 3xy) = 2x \times 4x + 2x \times 3xy$

$= 8x^2 + 6x^2y$

अभ्यास 18.6

1. गुणन गर :

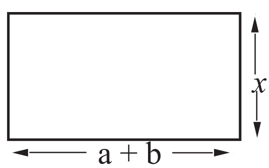
(a) a + b र a (b) 2a + b र b

(c) x + 3y र 2y (d) 4a + 7b र 3b

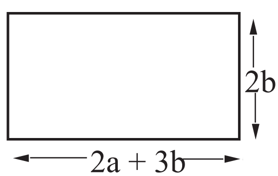
(e) $4x$ + 5y र 4y (f) 10a + 7b र 8a

2. आयतको क्षेत्रफल = लम्बाइ × चौडाइको सूत्र प्रयोग गरी तलका आयतको क्षेत्रफल निकाल :

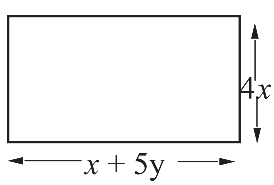
(a)



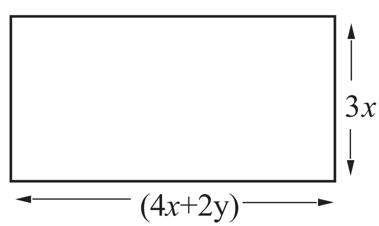
(b)



(c)



(d)



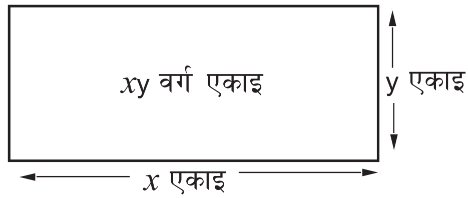
3. गुणनफल निकाल :

(a) $2a \times (7a + b)$ (b) $5a \times (4a + 6b)$

(c) $20x \times (4x + 12y)$ (d) $7a \times (9a + 20)$

18.7 बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको भाग (Division of algebraic expression)

एकपदीय अभिव्यञ्जकले एकपदीय अभिव्यञ्जकलाई भाग गर्ने (Division of a monomial by a monomial)



एक xy वर्ग एकाइ क्षेत्रफल भएको आयत लिऔँ । यसको लम्बाइ x एकाइ छ भने यस आयतको चौडाइ पत्ता लगाऊ ।

हामीलाई थाहा छ,

आयतको क्षेत्रफल = लम्बाइ x चौडाइ

अथवा, $\dfrac{\text{आयतको क्षेत्रफल}}{\text{लम्बाइ}} = \dfrac{\text{लम्बाइ x चौडाइ}}{\text{लम्बाइ}}$ *(दुवै पक्षलाई लम्बाइले भाग गरेको ।)*

$$\frac{\text{आयतको क्षेत्रफल}}{\text{लम्बाइ}} = \text{चौडाइ}$$

$$\frac{xy}{x} = \text{चौडाइ}$$

चौडाइ = y एकाइ

अत : आयतको चौडाइ y एकाइ छ ।

माथिको उदाहरणबाट प्रस्ट हुन्छ कि गुणन र भाग क्रिया एकअर्काका विपरीत क्रियाहरू (inverse operations) हुन् ।

उदाहरण 1

$27a^3$ लाई $3a^2$ ले भाग गर ।

उत्तर

यहाँ, $27a^3 \div 3a^2$

$= \dfrac{27a^3}{3a^2}$

$= \dfrac{27 \times a \times a \times a}{3 \times a \times a}$

$= 9a$

[a^3 को गुणाङ्क 27 हो भने a^2 को गुणाङ्क 3 हो । अंशको गुणाङ्कलाई हरको गुणाङ्कले भाग गर्नुपर्छ ।]

उदाहरण 2

$32x^4y^5$ लाई $4x^3y^4$ ले भाग गर :

उत्तर

यहाँ, $32x^4y^5 \div 4x^3y^4$

$$= \frac{32x^4y^5}{4x^3y^4}$$

$$= \frac{32 \times x \times x \times x \times x \times y \times y \times y \times y \times y}{4 \times x \times x \times x \times y \times y \times y \times y}$$

$$= 8xy$$

द्विपदीय बीजीय अभिव्यञ्जकलाई एकपदीय अभिव्यञ्जकले भाग गर्ने

(Division of a binomial by a monomial)

उदाहरण 3

$(8x^3y^2\text{-}20x^4y^3)$ लाई $4x^2y^2$ ले भाग गर ।

यहाँ,

$$\left(8x^3y^2 - 20x^4y^3\right) \div 4x^2y^2$$

$$= \frac{8x^3y^2 - 20x^4y^3}{4x^2y^2}$$

$$= \frac{8x^3y^2}{4x^2y^2} - \frac{20x^4y^3}{4x^2y^2}$$

$$= \frac{\overset{2}{\cancel{8}} \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times x \times \cancel{y} \times \cancel{y}}{\cancel{4} \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times \cancel{y} \times \cancel{y}} - \frac{\overset{5}{\cancel{20}} \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times x \times x \times \cancel{y} \times \cancel{y} \times y}{\cancel{4} \times \cancel{x} \times \cancel{x} \times \cancel{y} \times \cancel{y}}$$

$$= 2x - 5x^2y$$

माथिको उदाहरणबाट के प्रस्ट हुन्छ भने जब द्विपदीय अभिव्यञ्जकलाई एकपदीय अभिव्यञ्जकले भाग गरिन्छ तब हरको अभिव्यञ्जकले अंशका दुवै अभिव्यञ्जकलाई छुट्टाछुट्टै भाग गर्नुपर्छ ।

अभ्यास 18.7

1. **भाग गर :**

(a) $4a^5 \div 2a^2$ (b) $20a^3b^2 \div 4ab^2$

(c) $12x^3yz^2 \div 3xy$ (d) $100x^4y^7z^6 \div 50x^3y^4z^4$

(e) $36x^7y^3z^2 \div 4x^2y^3z$

2. **दिइएको आयतका थाहा नभएको भुजाको लम्बाइ पत्ता लगाऊ :**

(a) क्षेत्रफल $9m^3n^4$ वर्ग एकाइ र लम्बाइ $3mn$ एकाइ

(b) क्षेत्रफल $32p^7q^6$ वर्ग एकाइ र चौडाइ $4p^5q$ एकाइ

(c) क्षेत्रफल $60a^9b^{10}c^2$ वर्ग एकाइ र चौडाइ $6a^3b^4c^2$ एकाइ

(d) क्षेत्रफल $70x^{12}y^9z^6$ वर्ग एकाइ र लम्बाइ $5x^3y^8z^2$

3. **भाग गर :**

(a) $(a^2 - 2ab) \div a$ (b) $(3ab^2 + 2a^2b) \div ab$

(c) $(8x^3y^2 - 20x^5y^4) \div 4x^2y^2$

(d) $(8x^3y^5z^7 + 24x^5y^9z^3) \div 8x^2y^3z$

(e) $(27m^7n^9p^8 - 36m^5n^7p^5) \div 9m^3n^4p^5$

(f) $(25p^8q^7r^5 + 35p^{12}q^8r^4) \div 5p^7q^5r^3$

4. **दिइएको आयतको थाहा नभएको भुजाको लम्बाइ पत्ता लगाऊ :**

(a) क्षेत्रफल $(3a^2b + 12ab)$ वर्ग एकाइ र लम्बाइ $3ab$ एकाइ

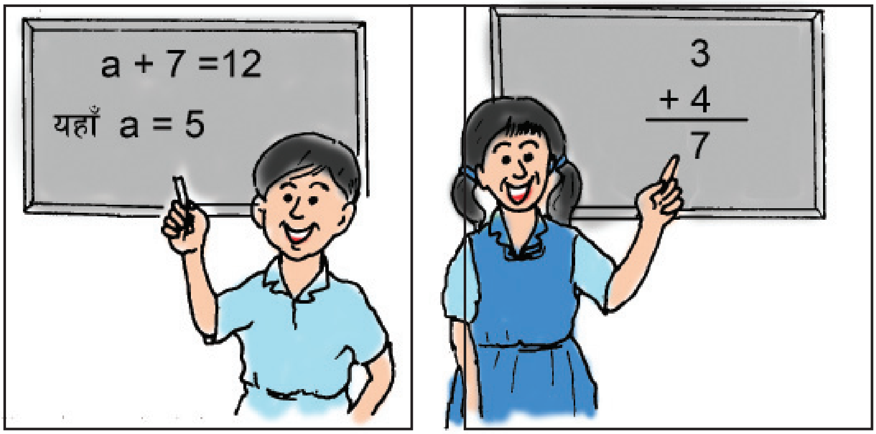
(b) क्षेत्रफल $(12x^3y^5 + 15x^5y^7)$ वर्ग एकाइ र चौडाइ $3x^2y^3$ एकाइ

(c) क्षेत्रफल $(49m^5n^7p^9 - 63m^8n^4p^3)$ वर्ग एकाइ र लम्बाइ $7m^2n^3p$ एकाइ

(d) क्षेत्रफल $(40a^9b^{12}c^{15} - 56a^7b^9c^{10})$ वर्ग एकाइ र चौडाइ $8a^5b^7c^{10}$ एकाइ

एकाइ 19 समीकरण, असमानता र लेखाचित्र (Equation, Ineqality and Graph)

19.1 गणितीय वाक्यहरू



यदि a = 5 भए a + 7 = 12 हुन्छ ।

3 + 4 = 7 एउटा साँचो वाक्य हो ।

जोड, घटाउ, गुणन तथा भाग क्रियाहरू संलग्न भएका गणितीय भनाइहरूलाई गणितीय वाक्य (Mathematical Statement) भनिन्छ ।"7 र 3 को गुणनफल 21 हुन्छ" भन्ने वाक्य गणितीय वाक्य हो। गणितीय वाक्यहरू साँचो वा झुटो हुन सक्छन् तर एउटै वाक्य एकै समयमा साँचो वा झुटो दुवै हुन सक्दैन ।"2 जोर रूढ सङ्ख्या हो" भन्ने वाक्य साँचो वाक्य हो भने "सबै रूढ सङ्ख्याहरू जोर हुन्छन्" भन्ने वाक्यचाहिँ झुटो वाक्य हो ।

असमानताका चिह्नहरू $<, >, \geq$ र $\leq$ प्रयोग गरेर पनि गणितीय वाक्यहरू बनाउन सकिन्छ। जस्तै : 2 र 3 को जोड 6 भन्दा सानो हुन्छ । अर्थात् $(2 + 3) < 6$ साँचो वाक्य हो तर 5 बाट 4 घटाउँदा आउने मान 3 भन्दा ठुलो हुन्छ अर्थात् $(5 - 4) > 3$ झुटो वाक्य हो । त्यसैले यसलाई $(5 - 4) \ngtr 3$ लेख्न सकिन्छ । अर्थात् (5-4), 3 भन्दा ठुलो छैन । यहाँ $\ngtr$ ले भन्दा ठुलो होइन भन्ने जनाउँछ ।

द्रष्टव्य : चिह्नहरू $<, >, \geq, \leq$ इत्यादि सम्मिलित गणितीय वाक्यलाई असमानता (inequality or inequation) भनिन्छ र $<, >, \geq, \leq$ इत्यादिलाई असमानताका चिह्न भनिन्छ ।

अभ्यास 19.1

तलका प्रत्येक गणितीय वाक्यहरूमध्ये साँचो वा झुटो छुट्याऊ :

1. $1 + 2 + 3 = 1 \times 2 \times 3$
2. 15 र 12 को फरक 3 हुन्छ ।
3. सबै न्यूनकोणहरू अधिक कोणभन्दा साना हुन्छन् ।

4. 2 से.मि. भुजा भएको वर्गको क्षेत्रफल 8 वर्ग से.मि. हुन्छ ।

5. 10 देखि 20 सम्म जम्मा 3 ओटा रूढ सङ्ख्या हुन्छन् ।

6. 125 को अपवर्त्य 35 हो ।

7. 36 का गुणनखण्ड 9 र 4 गरी 2 ओटामात्र हुन्छन् ।

8. $a \times b = b \times a$ सधैँ साँचो हुन्छ ।

9. घडीको घण्टा सुईले 12 घण्टामा 1 चक्कर लगाउँछ ।

10. $x + 3 = 6$ भए $x = 4$ हुन्छ ।

11. $(2 + 3) < 4 - 3$

12. $x = 1, 2, 3$ का लागि $x + 3 \geq 4$ मान्य हुन्छ ।

19.2 गणितीय खुला वाक्यहरू

निम्न लिखित वाक्यहरू पढ :

(a) x एउटा वर्ग सङ्ख्या हो ।

(b) p लाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ ।

(c) $z + 3 = 11$

माथिका वाक्यहरू साचाँ वा झुटा के हुन् यकिन गरेर भन्न सकिँदैन, किन ?

यदि $x = 4$ भए वाक्य (a) साँचो वाक्य हुन्छ ।

x का कति ओटा मानहरू छन्, जसले वाक्य (a) लाई साँचो वाक्य बनाउँछ ?

$x = 5$ हुँदा वाक्य (a) साँचो वा झुटो के हुन्छ ?

त्यसरी नै p = 3, 6, 9 .... आदि हुँदा वाक्य (b) साँचो वाक्य बन्छ, अरू अवस्थामा यो झुटो वाक्य हुन्छ ।

z = 8 भएमा मात्र वाक्य (c) साँचो वाक्य बन्छ, अरू अवस्थामा यो झुटो वाक्य बन्छ ।

तलको उदाहरण हेर :

खुला वाक्य	साँचो वाक्य	झुटो वाक्य
$c + 4 = 11$	$7 + 4 = 11$	$8 + 4 = 11$
$x \in$ {जोर सङ्ख्या}	$2 \in$ {जोर सङ्ख्या}	$3 \in$ {जोर सङ्ख्या}
y, 7 भन्दा ठुलो छ ।	8, 7 भन्दा ठुलो छ ।	6, 7 भन्दा ठुलो छ ।

साँचो वा झुटो यकिन गरेर भन्न नसकिने गणितीय वाक्यहरूलाई खुला वाक्य (Open Sentence) भनिन्छ ।

अभ्यास 19.2

1. **तल दिइएका गणितीय वाक्यहरूमध्ये साँचो, झुटो वा खुला वाक्य छुट्याऊ :**

   (a) 3 को दोब्बर बराबर x हुन्छ ।

   (b) $y + y = 2y$

   (c) 5 एउटा रूढ सङ्ख्या हो ।

   (d) 5 मा y जोड्दा 8 हुन्छ ।

   (e) $x \in$ { बिजोर सङ्ख्या}

   (f) यदि $z = 8$ भए $z^2 = 16$ हुन्छ ।

   (g) $2 \times p = 60$

   (h) 1195 लाई 25 ले निःशेष भाग लाग्छ ।

   (i) 2z सधैँ 10 भन्दा सानो छ ।

   (j) c ले 10 लाई निःशेष भाग लाग्ने सङ्ख्या हो ।

2. **तलका प्रत्येक खुला वाक्यलाई साँचो वाक्य बनाउन □ मा कुन सङ्ख्या राख्नुपर्ला ?**

   (यस्ता सङ्ख्या एउटा वा एउटाभन्दा बढी पनि हुन सक्छन् तर एउटा मात्र लेखे पुग्छ ।)

   (a) □ ले 16 को एक चौथाइ जनाउँछ ।

   (b) □ ले 10 लाई निःशेष भाग जान्छ र यो बिजोर छ ।

   (c) □, 5 भन्दा 3 ले बढी छ ।

   (d) □ ÷ 7 =7

   (e) □ - 8 = 0

   (f) □ एउटा बिजोर सङ्ख्या हो ।

   (g) □, 7 भन्दा ठुलो छ ।

   (h) □, 5 को अपवर्त्य हो ।

   (i) □ र 13 को योगफल 13 हुन्छ ।

   (j) □ र 1 जोड्दा वर्ग सङ्ख्या बन्छ ।

   (k) एक वर्षमा □ महिना हुन्छन् ।

   (l) □, 15 र 17 बिचको पूर्ण सङ्ख्या हो ।

3. **तलका प्रत्येक खुला वाक्यमा प्रयोग भएका सङ्केतको मान के हुँदा वाक्य साँचो बन्छ ? भए जति सबै लेख :**

(a) अधिक वर्षको फेब्रुअरीमा x दिन हुन्छन् ।

(b) x ले 15 लाई नि:शेष भाग लाग्छ ।

(c) p ले 10 देखि 20 सम्मका रूढ सङ्ख्या जनाउँछ ।

(d) $s = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$

(e) $a + 13 = 13$

19.3 समीकरण (Equation)

गणितीय खुला वाक्यहरू, जस्तै : $\square - 5 = 2$, $x + 3 = 12$ जसमा ' = ' चिह्न हुन्छ, यसलाई समीकरण भनिन्छ । समीकरणमा प्रयोग भएका $\square$ र अक्षरहरू x, y, z इत्यादिलाई चल राशि भनिन्छ ।

समीकरण हल गर्नु भनेको समीकरणमा भएको चल राशिको मान पत्ता लगाउनु हो, जसले खुला वाक्यलाई साँचो वाक्य बनाउँछ । समीकरण $\square - 5 = 2$ मा $\square = 7$ हुँदा खुला वाक्य साँचो वाक्य बन्छ । त्यसैले $\square - 5 = 2$ को हल 7 भयो । त्यसरी नै $x + 3 = 12$ मा $x = 9$ समीकरणको हल हो ।

उदाहरण 1

हल गर : (a) $x + 10 = 12$ (b) $15 - x = 3$

उत्तर

(a) यहाँ $x + 10 = 12$

हामीलाई थाहा छ, $x + 10 = 12$

त्यसैले $x = 2$

(b) यहाँ $15 - x = 3$

$\therefore x = 12$

अभ्यास 19.3

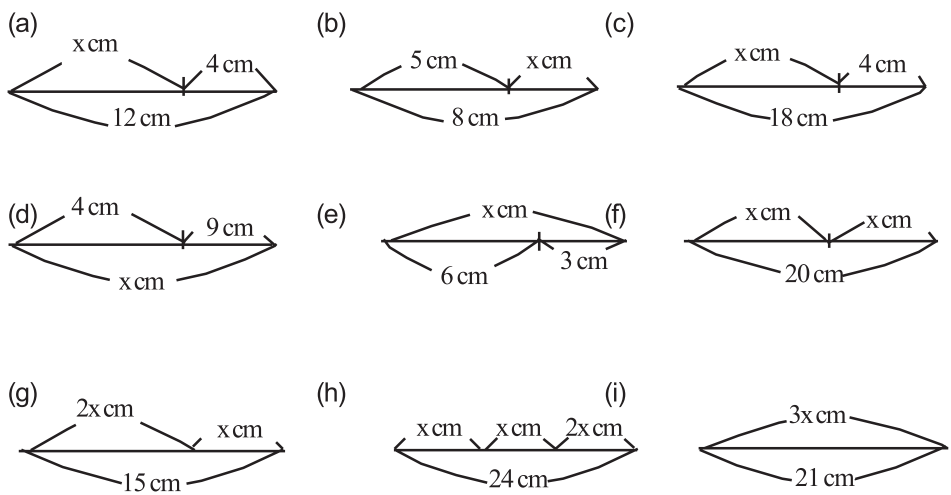
1. **तल दिइएका प्रत्येक समीकरण निरीक्षणद्वारा हल गर :**

(a) $x + 6 = 14$ (b) $3m = 21$ (c) $13 - y = 9$

(d) $3 - x = 0$ (e) $p + 7 = 11$ (f) $15 + r = 20$

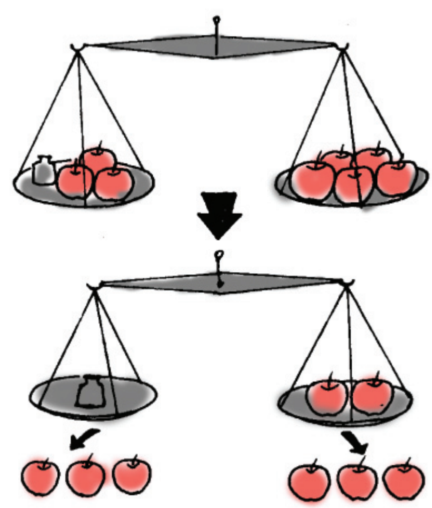
(g) $\frac{1}{2}x = x 0$ (h) $\frac{1}{3}y = 7$

2. **तल दिइएका प्रत्येक समस्यामा समीकरण बनाई x को मान निकाल :**



19.4 समीकरण र बराबरी तथ्यहरू (Equation and Equality facts)

सँगैको चित्र हेर :



एउटा ढक र 3 ओटा स्याउको तौल 5 ओटा स्याउको तौलसँग बराबर छ । त्यस्तै, प्रत्येक स्याउको तौल पनि बराबर छ ।

दुवैतिरबाट 3/3 ओटा झिक्दा तराजुको एकातिर एउटा ढक र अर्कोतिर दुईओटा स्याउ बाँकी रहन्छन् ।

दुवैतिरबाट बराबर परिमाण झिक्दा तराजु फेरि पनि सन्तुलित भयो । यसबाट एउटा ढकको तौल 2 ओटा स्याउ बराबर भयो ।

यो समस्यालाई गणितीय भाषामा लेख्न ढकलाई चल राशि x ले र स्याउलाई सङ्ख्याले जनाउँदा,

पहिलो अवस्थामा, $x + 3 = 5$

दोस्रो अवस्थामा, $x + 3 – 3 = 5 - 3$ (दुवैतिरबाट 3 घटाउँदा)

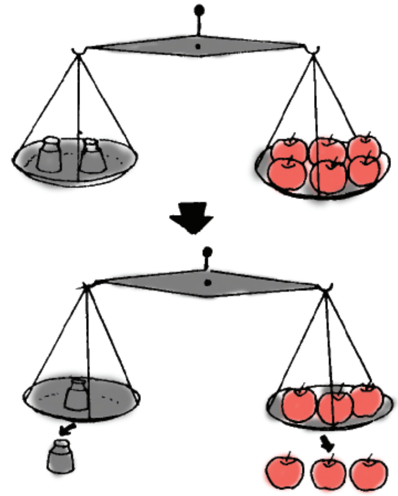
त्यसैले $x = 2$

यसरी बराबरबाट बराबर घटाउँदा बाँकी परिमाण पनि बराबर हुन्छ ।

सँगैको चित्रमा 2 ओटा ढक र 6 ओटा स्याउको तौल बराबर छ र सबै स्याउहरू बराबर तौलका छन् ।

अब ढक र स्याउहरू दुवैलाई दुई दुई भाग गरौं ।

यसरी एकातिरबाट एउटा ढक र अर्कोतिरबाट 3 ओटा स्याउ झिक्दा तराजुमा एउटा ढक र अर्कोतर्फ तीनओटा स्याउ बाँकी रहन्छन् । तराजु फेरि पनि सन्तुलित हुन्छ । त्यसैले एउटा ढक बराबर तीनओटा स्याउ भए ।



यही समस्यालाई गणितीय तरिकाले लेख्दा ढकलाई x ले र स्याउलाई सङ्ख्याले जनाऔं,

$2x = 6$ (पहिलो अवस्थामा)

$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$ (दुवैतिर दुई बराबर भाग लगाउँदा)

त्यसैले $x = 3$

यसरी बराबरलाई बराबरले भाग गर्दा भागफल पनि बराबर हुन्छ ।
यसैगरी, बराबरमा बराबर जोड्दा जोडफल बराबर हुन्छ र बराबरलाई बराबरले गुणन गर्दा गुणनफल बराबर हुन्छ ।

उदाहरण 1

हल गर :

(a) $x + 6 = 13$ (b) $x - 5 = 7$ (c) $3x = 15$

(d) $\frac{x}{4} = 4$ (e) $3x - 9 = 15$ (f) $\frac{4}{x} = 2$

उत्तर

(a) $x + 6 = 13$

यहाँ, $x + 6 = 13$

त्यसैले, $x + 6 - 6 = 13 - 6$ (दुवैतिरबाट 6 घटाउँदा)

त्यसैले, $x = 7$

यहाँ, x मा 6 जोडेकाले हल गर्दा 6 घटाइयो । यसरी समीकरण हल गर्दा उल्टो क्रिया (reverse operation) गरेर नचाहिएको सङ्ख्या हटाइन्छ ।

जाँची हेरौं, $x + 6 = 13$ मा $x = 7$ राखी हेर्दा $7 + 6 = 13$ वा $13 = 13$ मिल्यो ।

(b) $x - 5 = 7$

यहाँ, $x - 5 = 7$

त्यसैले, $x - 5 + 5 = 7 + 5$ (दुवैतिर 5 जोड्दा)

त्यसैले, $x = 12$

यहाँ, घटाउको उल्टो क्रिया जोड भएकाले दुवैतिर 5 जोडियो ।

(c) $3x = 15$

यहाँ, $3x = 15$

त्यसैले, $\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$ (दुवैतिर 3 ले भाग गर्दा)

त्यसैले, $x = 5$

(गुणनको उल्टो क्रिया भाग भएकाले दुवैतिर 3 ले भाग गरेको ।)

(d) $\frac{x}{4} = 4$

यहाँ, $\frac{x}{4} = 4$

त्यसैले, $\frac{x}{4} \times 4 = 4 \times 4$ (दुवैतिर 4 ले गुणन गर्दा)

त्यसैले, $x = 16$

यहाँ पनि भागको उल्टो क्रिया गुणन भएकाले दुवैतिर 4 ले गुणन गरियो ।

(e) $3x - 9 = 15$

यहाँ, $3x - 9 = 15$

त्यसैले, $3x - 9 + 9 = 15 + 9$ किन ?

त्यसैले, $3x = 24$

त्यसैले, $\frac{3x}{3} = \frac{24}{3}$ किन ?

त्यसैले, $x = 8$

(f) $\frac{4}{x} = 2$

यहाँ, $\frac{4}{x} = 2$

त्यसैले, $\frac{4}{x} \times x = 2 \times x$

त्यसैले, $\frac{4}{2} = \frac{2x}{2}$

त्यसैले, $x = 2$

उदाहरण 2

एउटा सङ्ख्याको 4 गुणामा 7 जोड्दा जोडफल 19 हुन्छ भने त्यो सङ्ख्या कति रहेछ ?

मानौँ, चाहिएको सङ्ख्या = x रहेछ ।

त्यसैले x को 4 गुणा = $4x$

प्रश्नबाट, $4x + 7 = 19$

अथवा, $4x + 7 - 7 = 19 - 7$

अथवा, $4x = 12$

अथवा, $\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$

त्यसैले $x = 3$

जाँची हेरौँ,

$4x + 7 = 19$ मा

$x = 3$ राखी हेर्दा, $4 \times 3 + 7 = 19$

19 =19 मिल्यो ।

अभ्यास 19.4

1. **तल दिइएका प्रत्येक समीकरणहरू बराबरी तथ्यहरू प्रयोग गरी हल गर :**

(a) $x + 7 = 16$ (b) $12 + x = 17$ (c) $x - 3 = 18$

(d) $8 - y = 3$ (e) $8y = 96$ (f) $\frac{x}{7} = 3$

(g) $3x - 17 = 46$ (h) $15 + 2z = 19$ (i) $3y - 7 = 2$

(j) $27 - 2m = 3$ (k) $12 - 8n = 4$ (l) $\frac{1}{8}x - 8 = 1$

(m) $22 - 8y = 14$ (n) $20 + 16z = 100$ (o) $\frac{2p}{3} + 4 = 8$

(p) $\frac{100}{q} = 10$ (q) $\frac{100}{z} = 4$ (r) $\frac{3}{x} + 4 = 7$

2. **तल दिइएका प्रत्येक अवस्थामा समीकरण बनाई हल गर :**

(a) 4 मा x जोड्दा जोडफल 12 हुन्छ ।

(b) 6 मा y जोड्दा जोडफल 6 हुन्छ ।

(c) 17 बाट z घटाउँदा घटाउफल 2 हुन्छ ।

(d) n लाई 4 ले गुन्दा गुणनफल 36 हुन्छ ।

(e) p लाई 6 ले गुनेर 6 जोड्दा 18 हुन्छ ।

(f) x लाई 2 ले भाग गर्दा भागफल 12 हुन्छ ।

(g) x को एक चौथाइमा 3 जोड्दा 6 हुन्छ ।

(h) 7 र x को गुणनफलबाट 21 घटाउँदा 0 हुन्छ ।

3. **तल दिइएका शाब्दिक समस्यालाई समीकरण बनाई हल गर :**

(a) x ओटा मिठाई 4 जनालाई बराबर बाँड्दा प्रत्येकले 6 ओटा मिठाई पाएछन् भने कति मिठाई बाँडिएछ ?

(b) 350 जना विद्यार्थी भएको विद्यालयमा x विद्यार्थी अनुपस्थित हुँदा 300 बाँकी रहेछन् भने कति विद्यार्थी अनुपस्थित भएछन् ?

(c) एक जना विद्यार्थीसँग 20 गुच्चा थिए । उसको साथीले उसलाई x गुच्चा थपिदिएछ । अब ऊसँग 30 गुच्चा भए भने साथीले कति गुच्चा दिएछ ?

(d) एउटा विद्यालयमा x केटा र 50 केटी गरेर जम्मा 175 विद्यार्थी रहेछन् भने केटाको सङ्ख्या कति रहेछ ?

(e) एउटा x मिटर लामो लट्ठीले 6 पटक नाप्दा 36 मिटर नाप्न सकिन्छ भने लट्ठी कति लामो रहेछ ?

(f) एउटा टोकरीका x स्याउ कुहेका र 50 ओटा राम्रा रहेछन् । जम्मा स्याउ 75 भए कति ओटा कुहिएका रहेछन् ?

(g) राम र श्यामसँग जम्मा 50 रुपियाँ छ । श्याम एक्लैसँग रु. 35 भए रामसँग कति रुपियाँ रहेछ ? (रामसँग रु. x छ भनी मानेर समीकरण बनाई हल गर ।)

19.5 ट्रिकोटमी गुणहरू (Trichotomy properties)

3 र 4 मा $3<4$ छ । त्यस्तै 2 र -3 मा $2>-3$ छ ।

फेरि, 3 = 3, 4 = 4, -3 = -3 हुन्छ ।

यसरी a र b कुनै दुईओटा पूर्णाङ्क भए तलका तीनओटा सम्बन्धमध्ये एउटा मात्र सत्य हुन्छ ।

$a>b$, $a<b$ वा $a=b$

उदाहरणका लागि $a = 4$ र $b = 7$ भए, $a < b$ अर्थात् $4 < 7$ मात्र सत्य हुन्छ । $4 > 7$ र $4 = 7$ अर्थात् $a > b$ र $a = b$ असत्य हुन्छ ।

पूर्णाङ्कको यो गुणलाई ट्रिकोटमी गुण भनिन्छ । चिह्नहरू >, < र = लाई ट्रिकोटमी सङ्केतहरू भनिन्छ ।

पूर्णाङ्कका ट्रिकोटमी गुणको उल्टो (Negation)

" + 4 भन्दा + 3 सानो छ ।" यो गणितीय साँचो वाक्यलाई ट्रिकोटमीको सङ्केत प्रयोग गरी लेख्दा, $4 > 3$ गरेर लेखिन्छ । (+) चिह्न राख्ने चलन छैन ।

यही वाक्यलाई यहाँ प्रयोग भएको सङ्केत चिह्न "भन्दा ठूलो छ >" को उल्टो सङ्केत प्रयोग गरी लेख्दा,

(क) $4 \ngtr 3$ जसको अर्थ 4, 3 भन्दा ठुलो छैन भन्ने हुन्छ जुन असत्य हो ।

(ख) $3 \ngtr 4$ जसको अर्थ 3, 4 भन्दा ठुलो छैन भन्ने हुन्छ जुन सत्य हो ।

यहाँ सङ्केत चिह्न $\ngtr$ लाई सङ्केत चिह्न '>' को उल्टो भनिन्छ । त्यसरी नै '<' र '=' सङ्केत चिह्नका उल्टो क्रमश: "$\nless$ भन्दा सानो छैन र $\neq$ बराबर छैन" हुन्छन् ।

उदाहरण 1

तल दिइएका प्रत्येक भनाइको उल्टो भनाइहरू लेख :

(a) 2 जोर सङ्ख्या हो ।

(b) नेपालको राजधानी काठमाडौँ हो ।

(c) 287 लाई 7 ले नि:शेष भाग लाग्छ ।

उत्तर

(a) 2 जोर सङ्ख्या होइन ।

(b) नेपालको राजधानी काठमाडौँ होइन ।

(c) 287 लाई 7 ले नि:शेष भाग लाग्दैन ।

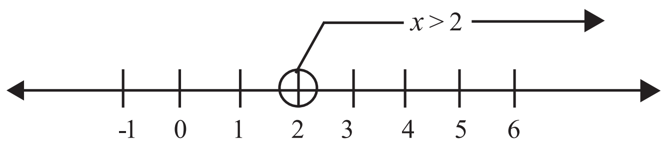
सङ्ख्या रेखामा सङ्ख्याका ट्रिकोटमी गुणहरू

कमलाले +2 भन्दा ठूला सङ्ख्याहरूलाई ट्रिकोटमीका सङ्केत चिह्न प्रयोग गरेर लेख्दै गइन् ।

उनले तयार पारेको सूची निम्नानुसार थियो :

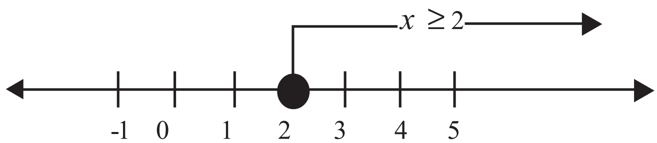
$3 > 2$	$4 > 2$
$5 > 2$	$6 > 2$
$7 > 2$	$8 > 2$

कमलाले यो प्रश्नलाई सङ्ख्या रेखा प्रयोग गरी समाधान गर्ने प्रयास गरिन् । उनले 2 भन्दा ठुलो सङ्ख्याको सूचीमा 2 नपर्ने भएकाले 2 लाई गोलो लगाइन् । 2 भन्दा ठुला सङ्ख्यारेखामा 2 को दायाँतिर परेका हुनाले 2 को दायाँतिरको भागमा बाण चिह्नले देखाइन् ।

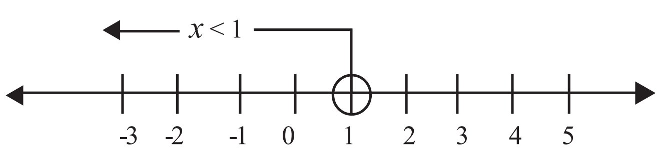


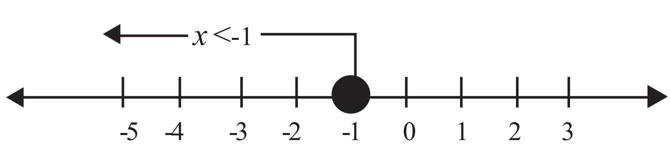
सङ्ख्या रेखाको रङ लगाएको भागमा परेका जुनसुकै सङ्ख्या जनाउन उनले चल राशि x को प्रयोग गरिन् । यो समस्याको समाधानलाई $x > 2$ भनेर लेखिन् ।

त्यसरी नै 2 सँग बराबर वा 2 भन्दा ठुला सङ्ख्या जनाउन रमणले $x \geq 2$ लेखे र यसलाई पढ्दा "x, 2 भन्दा ठुलो वा बराबर छ (is greater or equal to)" भनेर पढे । सङ्ख्यारेखामा 2 लेखेको ठाउँमा गोलो लगाई त्यो गोलो पनि रङ्गाएर सङ्ख्यारेखामा 2 को दायाँतिरको भागमा बाण चिह्नले देखाइन् ।



कमलाले लेखेको तरिकाले लेख्दा तलका सङ्ख्यारेखामा देखाएको भागले के जनाउँछ ?





पहिलो चित्रमा 1 लाई गोलोमा राखेको छ र गोलो छाडेर 1 को बायाँतिरको भाग देखाएको छ । त्यसैले 1 भन्दा साना सङ्ख्या जतिलाई x ले जनाउँदा सङ्ख्या रेखामा देखाएको भागले $x<1$ जनाइन्छ । त्यसरी नै चित्रको अर्को सङ्ख्यारेखामा देखाएको भागले $x \leq -1$ जनाउँछ ।

ट्रिकोटमीका नियमहरू

तलका उदाहरणहरू हेरौँ :

(क) -5 र 7 दुई ओटा सङ्ख्याहरू हुन् र 3 अर्को एउटा सङ्ख्या लिऔँ ।

यहाँ, -5 < 7 वा 7 > -5 हुन्छ ।

दुवैतिर 3 जोड्दा,

-5 + 3 < 7 + 3 अथवा, 7 + 3 > -5 + 3

अथवा, -2 < 10 अथवा, 10 > -2

जुन सत्य हो । यो पनि सत्य नै हो ।

दुवैतिर 3 ले गुणन गर्दा,

-5 × (3) < 7 × (3) अथवा, 7 × 3 > -5 × 3

अथवा, -15 < 21 अथवा, 21 > -15

जुन सत्य हो । यो पनि सत्य नै हो ।

दुवैतिर 3 ले भाग गर्दा,

$\frac{-5}{3} < \frac{7}{3}$ अथवा, $\frac{7}{3} > \frac{-5}{3}$

अथवा, $-1\frac{2}{3} < 2\frac{1}{3}$ अथवा, $2\frac{1}{3} > -1\frac{2}{3}$

जुन सत्य हो । यो पनि सत्य नै हो ।

(ख) -5 र 7 दुईओटा पूर्णाङ्क छन् र -3 अर्को एउटा पूर्णाङ्क छ ।

यहाँ, -5 < 7 अथवा, 7 > -5 हुन्छ ।

दुवैतिर (-3) ले गुन्दा,

(-5) × (-3) < 7 × (-3) अथवा, 7 × (-3) > -5 × (-3)

अथवा, 15 < -21 अथवा, -21 > 15

यो त झुटो हो । यो पनि झुटो हो ।

यहाँ यी वाक्यहरूलाई साँचो बनाउन ट्रिकोटमीको चिह्न बदल्नुपर्छ ।

अर्थात्,

15 > -21 अथवा, -21 < 15 गर्दा

जुन सत्य हो । यो पनि सत्य हो ।

(ग) एउटा पूर्णाङ्क +5 छ र अर्को पूर्णाङ्क -3 छ ।

यहाँ,	$5 = 5$	सधैँ सत्य (थाहा भएको साँचो कुरा)
अथवा,	$5 + (-3) = 5 + (-3)$	दुवैतिर (-3) जोड्दा
अथवा,	$2 = 2$	यो सत्य हो
अथवा,	$5 \times (-3) = 5 \times (-3)$	दुवैतिर (-3) ले गुणन गर्दा
अथवा,	$-15 = -15$	यो पनि सत्य हो ।

माथिका उदाहरणहरूबाट

(क) यदि a र b दुई ओटा पूर्णाङ्क हुन्, जसमा a > b छ र c अर्को पूर्णाङ्क हो भने,

जोड तथ्य	$(a + c) > (b + c)$
घटाउ तथ्य	$(a - c) > (b - c)$
गुणन तथ्य	$ac > bc$, जहाँ c धनात्मक छ ।
	$ac < bc$, जहाँ c ऋणात्मक छ ।
भाग तथ्य	$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}, c \neq 0$, जहाँ c धनात्मक छ ।
	$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}, c \neq 0$, जहाँ c ऋणात्मक छ ।

त्यसैले ट्रिकोटमीको (>) वा (<) चिह्न समावेश भएको गणितीय वाक्यको दुवैतिर ऋणात्मक पूर्णाङ्कले गुणन वा भाग गर्दा वाक्यमा भएका चिह्नहरू, क्रमश: < वा > बदलिन्छन् ।

(ख) यदि दुईओटा पूर्णाङ्क a र b मा a = b छ र अर्को कुनै पूर्णाङ्क c छ भने,

$(a + c) = (b + c)$	बराबरी योग तथ्य
$(a - c) = (b - c)$	बराबरी घटाउ तथ्य
$ac = bc$	बराबरी गुणन तथ्य
$\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ जहाँ $c \neq 0$	बराबरी भाग तथ्य

अभ्यास 19.5

1. **तल दिइएका प्रत्येक पूर्णाङ्कको बिचमा ठिक चिह्न (>, < वा =) लेख :**

(a) 3… 5 (b) 3… -5 (c) -3 … -5

(d) 3…3 (e) -7 … -8 + 1 (f) -7 …. -6

(g) -6 … -7 (h) -5 … 2 (i) -8 …. -1

2. **तल दिइएका ट्रिकोटमीसम्बन्धी भनाइहरू ठिक र बेठिक के छन्, छुट्याऊ :**

(a) 3 > 2 (b) 7 < 4 (c) -7 > -6

(d) -5 <-2 (e) 5 > 6 (f) 7 > -7

(g) -6 > -2 (h) -6 < -4 (i) -7 < -9

3. **तलका प्रत्येक भनाइको उल्टो भनाइ (Negation Statement) लेख :**

(a) 3 बिजोर सङ्ख्या हो ।

(b) नेपालको राजधानी पोखरा हो ।

(c) 281 रूढ सङ्ख्या हो ।

(d) 120 लाई 6 ले नि:शेष भाग लाग्छ ।

(e) पृथ्वी एउटा तारा हो ।

(f) 16, 4 को वर्ग हो ।

(g) यदि a, b, c त्रिभुजका तिन ओटा भुजा हुन् भने (a+b)>c हुन्छ ।

(h) a, b, c तिन ओटा पूर्णाङ्कहरू हुन् र a>b छ भने यहाँ c, o भन्दा ठुलो छ ।

(i) $a + c > b + c$ (ii) $a - c > b - c$ (iii) $ac < bc$ (iv) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

4 **तल दिइएका प्रत्येक असमानतालाई छुट्टाछुट्टै सङ्ख्या रेखा बनाई सङ्ख्यारेखामा रङ लगाई देखाऊ :**

(a) $x > 1$ (b) $x > 5$ (c) $x > -3$

(b) $x < -5$ (e) $x < -2$ (f) $x < 5$

(g) $x \leq 2$ (h) $x \geq -2$ (i) $x \geq 7$

(j) $x \leq -5$ (k) $x \leq -10$ (l) $x \leq 4$

5. **ट्रिकोटमीका नियमानुसार तलका भनाइहरू ठिक वा बेठिक के हुन्, छुट्याऊ । 3 र 5 दुईओटा पूर्णाङ्कहरू हुन् र (-7) अर्को एउटा पूर्णाङ्क हो भने,**

(a) $3 + (-7) = 5 + (-7)$ (b) $3 - (-7) = 5 - (-7)$

(c) $3 \times (-7) = 5 \times (-7)$ (d) $3 + (-7) > 5 + (-7)$

(e) $3 - (-7) > 5 - (-7)$ (f) $3 \times (-7) > 5 \times (-7)$

(g) $5 \times (-7) < 3 \times (-7)$ (h) $3 \div (-7) > 5 \div (-7)$

(i) $3 \div (-7) < 3 \div (-7)$ (j) $3 + (-7) < 5 + (-7)$

उत्तरमाला

शिक्षक तथा विद्यार्थीलाई निर्देशन : उत्तरमालामा नपरेका अभ्यासका उत्तरहरू विद्यार्थीले गरेर शिक्षकलाई देखाउने र शिक्षकले हेरिदिने ।

अभ्यास 1.1

शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 1.2

1 देखि 5 सम्म शिक्षकलाई देखाऊ ।

6. (a) 1 (b) 1

अभ्यास 1.3

शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 1.4

शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 1.5

1. (a) न्यूनकोण (b) न्यूनकोण (c) समकोण (d) अधिककोण (e) बृहत्‌कोण (f) बृहत्‌कोण
2. अधिककोण : $\angle POR$, न्यूनकोण : $\angle ROQ$, सरलकोण $\angle POQ$
3. (क) ठिक (ख) बेठिक (ग) ठिक (घ) ठिक (ङ) बेठिक
4. शिक्षकलाई देखाऊ । 5. शिक्षकलाई देखाऊ । 6. शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 1.6

शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 2.1

शिक्षकलाई देखाऊ

अभ्यास 2.2

शिक्षकलाई देखाऊ

अभ्यास 2.3

शिक्षकलाई देखाऊ

अभ्यास 3

शिक्षकलाई देखाऊ

अभ्यास 4

1. A — (5,2) B — (3,4) C — (2,7)
   D — (3,9) E — (6,11) F — (11,9)
   G — (10,7) H — (9,5) I — (9,2)
2. शिक्षकलाई देखाऊ ।
3. (i) A → (1,8) B → (5,8) C → (9,12) D → (6,12)
   (ii) P → (2,2) O → (3,5) M → (1,5) N → (2,6)
   (iii) E → (10,5) F → (6,1) G → (10,2) H → (13,1)
4. S(10,6)   5. (5,4)

अभ्यास 5.1

1. (i) 12cm (ii) 18cm (iii) 6.5cm (iv) 25cm (v) 7.5cm
2. शिक्षकलाई देखाऊ ।   3. 6cm   4. 14 cm   5. 20cm
6. 8cm   7. 24cm, 24cm   8. 16.2cm   9. 6cm   10. 2cm

अभ्यास 5.2

शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 5.3

1. (a)6 cm^2 (b) 12 cm^2 (c) 4 cm^2 (d) 24 cm^2
2. (a) 2 cm (b) 3 cm (c) 1 cm (d) 5 cm (e) 3 cm (f) 5 cm
3. (a) 14 cm^2 (b) 34 cm^2 (c) 6 cm^2 (d) 90 cm^2
4. 36 cm^2, 24 cm   5. 6 cm, 2cm   6. 2 cm
7. (a) 20 m^2, 9 m^2, 12 m^2, 9 m^2 (b) 56 m^2

अभ्यास 5.4

1. (a) 30 घन से.मि. (b) 2 घन से.मि. (c) 60 घन से.मि. (d) 4 घन से.मि.
2. (a) 30 घन से.मि. (b) 64 घन से.मि.
3. 24 घन से.मि.   4. 125 घन से.मि.   5. 8 से.मि.
6. ल. = 10 से.मि., चौ. = 5 से.मि.   7. 11cm

अभ्यास 6

शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 7.1

शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 7.2

शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 8.1

1. श्रावण, बारहरूको समूह
2. रु. 5; सिक्काहरूको समूह
3. चीन सार्क राष्ट्रहरूको समूह
4. 17; 10 सम्मका गन्तीका सङ्ख्याहरूको समूह
5. 100, घन सङ्ख्याहरूको समूह
6. सलाईको बट्टा, वृत्त आकार वस्तुहरूको समूह
7. भकुन्डो, षड्मुखा (6 ओटा सतहहरू भएको ठोस वस्तुहरू) को समूह
8. कुचो, लेख्नलाई चाहिने वस्तुहरूको समूह
9. 10, 12 भन्दा साना रूढ सङ्ख्याहरूको समूह
10. 32, 10-30 सम्मका पाँचले निःशेष भाग लाग्ने सङ्ख्याहरूको समूह
11. $\frac{4}{3}$, हर 3 भएको उपयुक्त भिन्नहरूको समूह
12. समभुज त्रिभुज, दुई भुजामात्र बराबर भएका त्रिभुजहरूको समूह
13. गोलो घडी, चारकुने घडीको समूह
14. 2a + 3b + 4c, दुई पदीय अभिव्यञ्जकको समूह
15. p; Vowels को समूह
16. (क) (x) (ख) (√) (ग) (x) (घ) (√)

अभ्यास 8.2

1. {प्रदेश नं. १, प्रदेश नं. २, बागमती प्रदेश, गण्डकी प्रदेश, प्रदेश नं. ५, कर्णाली प्रदेश, सुदूरपश्चिम प्रदेश}
2. {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12} वा {I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII}
3. {वैशाख, जेठ, असार, साउन, भाद्र, आश्विन, कार्तिक, मङ्सिर, पुस, माघ, फागुन, चैत}
4. {रातो, निलो, सेतो}
5. {नेपाली, अङ्ग्रेजी, गणित, सामाजिक तथा जनसङ्ख्या, पेसा, व्यवसाय र प्रविधि, नैतिक शिक्षा, स्वास्थ्य तथा शारीरिक, विज्ञान तथा वातावरण}

6. {1, 3, 5, 7, 9}

7. { 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}

8. {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}

9. (4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20)

10. {3, 6, 9, 12, 15, 18}

11. {4, 14, 24, 34, 44}

12. {12, 17, 22, 27, 32, 37,42, 47}

13. {1, 2, 3, 4, 5, 6}

14. {1, 5}

15. (i) B = {0, 1, 2, 3, 4} (ii) C = {3, 6, 9, 12, 15} (iii) D = {2, 4}

(iv) E = {1, 3, 5} (v) F = {1, 5}

16. (i) सङ्ख्या 1 देखि 10 सम्म जनाउने रोमन अङ्कहरूको समूह ।

(ii) 10 देखि 20 सम्मका जोर सङ्ख्याहरूको समूह

(iii) 20 देखि 30 सम्मका बिजोर सङ्ख्याहरूको समूह

(iv) साना अङ्ग्रेजी अक्षरहरूको पहिलो 5 ओटा अक्षरहरूको समूह

(v) मेट्रिक प्रणालीमा लम्बाइ नाप्ने एकाइहरूको समूह

17. (a) $\{x : x$ नेपालका 7 प्रदेश हो$\}$ (b) $\{x : x$ घडीको डायलको सङ्ख्या हो$\}$

(c) $\{x : x$ महिनाको नेपाली नाम$\}$ (d) $\{x : x$ राष्ट्रिय झन्डामा प्रयोग हुने रङ$\}$

(e) $\{x : x$ कक्षाहरूमा पढ्ने विषय$\}$ (f) $\{x : x$ 10 भन्दा सानो बिजोर सङ्ख्याहरू$\}$

(g) $\{x : x$ 50 सम्मका 5 ले नि:शेष भाग जाने सङ्ख्याहरू$\}$

(h) $\{x : x$ 20 सम्मका रूढ सङ्ख्याहरू$\}$ (i) $\{x : x$ 20 सम्मका संयुक्त सङ्ख्याहरू$\}$

अभ्यास 8.3

1. (i) $\in$ (ii) $\notin$ (iii) $\in$ (iv) $\notin$ (v) $\notin$ (vi) $\in$

2. (i) $\in$ (ii) $\notin$ (iii) $\in$ (iv) $\notin$ (v) $\in$ (vi) $\in$

3. (i) F, T, F, T, F, T (ii) T, T, F, T, T, T (iii) T, F, F

4. (i) {e, i, h, s} (ii) {n, g, l} (iii) {m, a, t, c}

अभ्यास 8.4

1. (i) सीमित, 4 (ii) सीमित, 25 (iii) असीमित (iv) असीमित

2. (i) O_1 = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19}, सीमित, 10

(ii) O_2 = {21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39}, सीमित, 10

(iii) O_3 = {42, 44, 46, 48, 50 ....}, असीमित

(iv) T_1 = {3, 13, 23, 33, 43, 53 ....}, असीमित

(v) T_2 = {3, 13, 23}, सीमित, 3

(vi) T_3 = {3, 13, 23, 33, 43}, सीमित, 5

(vii) T_4 = {53, 63, 73, 83, ...}, असीमित

(viii) {1, 6, 11, 16, 21, 26 ......}, असीमित

(ix) {6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, 41, 46}, सीमित, 10

(x) {40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 140, 141, ...), असीमित

अभ्यास 8.5

1, 2, 3, 4 शिक्षकलाई देखाऊ ।

5. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

B = {12, 14, 16, 18, 20, 22, 24}

C = {7, 14, 21, 28, 35, 42, 49}

(क) 9, 7, 7 (ख) B र C

6. र 7. शिक्षकलाई देखाऊ ।

8. (क) 3 (ख) 4

(ग) 6 (घ) 5

9. (क) 4, 3, 1, 0, 3, 1 (ख) n (B) = n (E) र n (C) = n (F)

(ग) C र F (घ) B र E

10. शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 9.1

1. (i) सयको स्थान, 500 (ii) हजारको स्थान, 5000

(iii) हजारको स्थान, 5000 (iv) दसको स्थान, 50

2. (i) 579, 597, 759, 795, 957, 975

(ii) 0, 1 र 2 सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 102

(iii) 7, 8 र 9 सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 987

3. सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 73210

   सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 10237

   योगफल 83447

4. (i) 10999 (ii) 8999

अभ्यास 9.2

(क)

1.	6	2.	1	3.	5	4.	15
5.	15	6.	56	7.	1	8.	4
9.	48	10.	39	11.	8	12.	6
13.	16	14.	2	15.	0	16.	0
17.	0	18.	1				

(ख)

1.	0	2.	8	3.	1	4.	4
5.	27	6.	4	7.	35	8.	2
9.	1	10.	0				

अभ्यास 9.3

1. (ii), (iii), (iv), (v) र (vi)   2. (i) र (v)   3. (i) र (v) जान्छ ।

4. सबैलाई 5 ले नि:शेष भाग जान्छ, 10 ले सबैलाई भाग जाँदैन ।

5. सबैलाई 7 ले नि:शेष भाग जान्छ ।

6. (i), (ii) र (iv)

अभ्यास 9.4

1. (a) {2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22, 24}   (b) {3,6,9,12,15,18,21,24,27}

   (c) {4,8,12,16,20,24,28}   (d) {5,10,15,20,25,30,35}

   (e) {21,28,35,42,49}   (f) {64,72,80,88,96}

   (g) {54,63,72,81,90,99}   (h) {6,12,18,24,30}

   (i) {11,22,33,44,55,66,77,88,99,110}   (j) {60,72,84,96}

2. {6, 12, 18, 24}, एउटै छैन ।

3. (a) {9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99}   (b) जान्छ

4. (a) A = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18}   (b) B = {3,6,9,12,15,18}

   (c) C = {6, 12,18}   (d) D = {6,12,18} C र D एउटै समूह हुन् ।

5. (a) हुन् (b) होइनन्

6. (a) $F_{(10)} = \{1, 2, 5, 10\}$ (b) $F_{(15)} = \{1, 3, 5, 15\}$

(c) $F_{(11)} = \{1, 11\}$ (d) $F_{(17)} = \{1, 17\}$

(e) $F_{(25)} = \{1, 5, 25\}$ (f) $F_{(35)} = \{1, 5, 7, 35\}$

(g) $F_{(30)} = \{1,2,3,5,6,10,15,30\}$

7. (a) $F_{(20)} = \{1,2,4,5,10,20\}$

(b) $A_{(2)} = \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$

(c) $F_{(20)}$ र $A_{(2)}$ का साझा सदस्यहरूको समूह = {2, 4, 10, 20}

8. {45,90}

9. {0 फिट, 6 फिट, 12 फिट}

10. {50 कि.मि., 100 कि.मि., 150 कि.मि., 200 कि.मि.}

11. प्रत्येक 12 घण्टामा अर्थात् फेरि 12 बजेमात्र सँगै घन्टी बज्छन् ।

अभ्यास 9.5

1. (i) रूढ सङ्ख्याहरू (ii) संयुक्त सङ्ख्याहरू (iii) 8 ओटा

(iv) 4, 4 ओटा (v) 25 ओटा

(vi) सबैभन्दा बढी 1 देखि 10 सम्मका जम्मा 4 ओटा रूढ सङ्ख्याहरू सबैभन्दा घटी 90 देखि 100 सम्म जम्मा 1 ओटामात्र रूढ सङ्ख्या

2. (i) F (ii) F (iii) T (iv) T (v) F (vi) F (vii) T (viii) T

3. (i) $P_{(20)} = \{2,3,5,7,11,13,17,19\}$ (ii) $C_{(20)} = \{4,6,8,9,10,12,14,15,16,18,20\}$

(iii) $E_{(20)} = \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$ (iv) $O_{(20)} = \{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$

(v) $F_{(20)} = \{1,2,4,5,10,20\}$ (vi) $A = \{7,14\}$

4. शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 9.6

1. (क) (i) $2 \times 3 \times 3$ (ii) $2 \times 2 \times 5$ (iii) 2×23 (iv) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

(v) (i) 3×7 (ii) $2 \times 3 \times 5$ (iii) $2 \times 2 \times 2 \times 7$ (iv) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

(v) $3 \times 5 \times 7$ (vi) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ (viii) $5 \times 5 \times 11$

(viii) $5 \times 5 \times 5 \times 5$

2. (क) 2 (ख) 1 (ग) 72 (घ) 5 (ङ) 25

अभ्यास 9.7 (क)

1. (क) 2 (ख) 3 (ग) 4 (घ) 9 (ङ) 3 (च) 8
2. (क) 3 (ख) 6 (ग) 8 (घ) 9 (ङ) 9 (च) 12
3. 9
4. 3 जना, 3 ओटा सुन्तला र 4 ओटा स्याउ
5. 6, 2 ओटा कागती र 3 ओटा सुन्तला
6. 10 लि.
7. 3 मि.
8. 5 ओटा अम्बा र 6 ओटा नासपाती

अभ्यास 9.7 (ख)

1. (क) 15 (ख) 12 (ग) 24 (घ) 40 (ङ) 24
   (च) 42 (छ) 36 (ज) 18
2. (क) 18 (ख) 36 (ग) 24 (घ) 70
   (ङ) 140 (च) 120 (छ) 120 (ज) 72
3. 11 बजे बिहान
4. 12 हप्तापछि महिना र गते हेरेर पत्ता लगाऊ ।
5. 400 कि.मि.

अभ्यास 9.8

1. (क) 1 (ख) 0 (ग) 16 (घ) 49
   (ङ) 81 (च) 9 (छ) 36 (ज) 100
2. (क) 1 (ख) 4 (ग) 9 (घ) 16
   (ङ) 81 (च) 100 (छ) 225 (ज) 625
3. (क) 5 (ख) 6 (ग) 8 (घ) 9
   (ङ) 11 (च) 12 (छ) 18 (ज) 25
4. (क) 2 (ख) 3 (ग) 5 (घ) 3
5. (क) 4315 (ख) 41
6. 2401
7. 35
8. शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 10

1. (क) बायाँ (ख) दायाँ (ग) बायाँ (घ) दायाँ

   (ङ) -5 ठूलो (च) -8 सानो (छ) 7 ओटा

2. (क) 2 (ख) -1 (ग) -3 (घ) -4 (ङ) -6

3. (क) > (ख) < (ग) < (घ) > (ङ) < (च) >

4. 17 ओटा 5. 6 कि.मि.

अभ्यास 11

शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 12.1

1. (a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{6}{10}$ (c) $\frac{9}{15}$ (d) $\frac{12}{20}$

2. (a) $\frac{6}{10}, \frac{9}{15}, \frac{12}{20}, \frac{15}{25}$ (b) शिक्षकलाई देखाऊ ।

3. (a) 2 (b) 3 (c) 5 (d) 10 (e) 10 (f) 5

4. (a) होइनन् (b) होइनन् (c) हुन् (d) हुन्

5. (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{7}{8}$ (c) $\frac{7}{22}$ (d) $\frac{13}{19}$ (e) $\frac{2}{3}$ (f) $\frac{3}{5}$

6. (a) < (b) = (c) > (d) > (e) = (f) <

7. (a) $\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{9}{10}$ (c) $\frac{1}{6} < \frac{2}{9} < \frac{5}{12}$ (d) $\frac{3}{10} < \frac{7}{20} < \frac{11}{30}$

8. समीना 9. ट्याक्सीबाट

अभ्यास 12.2

1. (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{3}{4}$ (iv) 4 (v) $9\frac{1}{7}$ (vi) $11\frac{7}{15}$

2. (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{1}{6}$ (iii) $1\frac{1}{4}$ (iv) 2 (v) $2\frac{1}{5}$ (vi) $10\frac{1}{2}$

3. (i) $1\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{7}{18}$ (iv) $1\frac{1}{4}$

   (v) $4\frac{1}{4}$ (vi) $4\frac{3}{20}$ (vii) $6\frac{7}{12}$ (viii) $8\frac{3}{4}$

4. (i) $1\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{7}{20}$ (iii) $\frac{5}{18}$ (iv) $1\frac{1}{4}$ (v) $2\frac{9}{16}$

(vi) $1\frac{1}{2}$ (vii) $1\frac{7}{30}$ (viii) $7\frac{7}{30}$ (ix) $4\frac{17}{36}$

5. (i) $\frac{5}{12}$ (ii) $3\frac{1}{4}$ (iii) $1\frac{7}{12}$ (iv) $6\frac{1}{4}$

6. $\frac{1}{2}$ भाग 7. $\frac{1}{4}$ भाग 8. $\frac{1}{10}$ भाग

अभ्यास 12.3

1. (a) $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$ (b) $\frac{2}{3}\times\frac{2}{6}$ (c) $\frac{3}{8}\times\frac{2}{3}$

2. (a) $\frac{1}{15}$ (b) $\frac{4}{15}$ (c) $\frac{1}{12}$ (d) $3\frac{11}{18}$ (e) $\frac{3}{4}$ (f) $9\frac{5}{8}$

3. (a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{7}$ (c) 25 cm (d) रु. 1.10

4. शिक्षकलाई देखाऊ ।

5. (a) 2 (b) 18 (c) 25 (d) 2

(e) $1\frac{3}{5}$ (f) $1\frac{3}{13}$ (g) 2 (h) $1\frac{1}{3}$ (i) $2\frac{1}{4}$

6. रु. 35 7. 11 कि.मि. 8. 24 पटक 9. 40 ओटा

10. 20 पटक 11. 6 ओटा 12. 16 ओटा

अभ्यास 12.4

1. (a) $1\frac{1}{4}$ (b) $\frac{31}{50}$ (c) $1\frac{1}{20}$ (d) $2\frac{37}{40}$ (e) $\frac{11}{12}$ (f) $1\frac{1}{105}$

(g) $-1\frac{7}{8}$ (h) $\frac{29}{44}$ (i) $\frac{20}{27}$ (j) $2\frac{41}{42}$ (k) $4\frac{1}{12}$

2. (a) $\frac{1}{3}$ (b) $7\frac{1}{6}$

3. (a) $\frac{2}{9}$ भाग (b) $1\frac{1}{4}$ (c) $\frac{7}{18}$ (d) $8\frac{11}{20}$ (e) रु. 22.50

अभ्यास 12.5

1. (a) 1.375 (b) 0.714 (c) 2.444 (d) 12.917 (e) 3.313

2. (a) $\frac{1}{2}$ (b) $1\frac{3}{10}$ (c) $2\frac{51}{100}$ (d) $15\frac{13}{20}$ (e) $7\frac{509}{1000}$ (f) $12\frac{13}{40}$

अभ्यास 12.6

1. (a) 5.84 (b) 51.92 (c) 1.473 (d) 29.641 (e) 19.509 (f) 54.65 (g) 27.099
2. (a) 2.58 (b) 6.85 (c) 7.012 (d) 9.056 (e) 1.164
   (f) 8.4 (g) 0.901 (h) 3.4 (i) 6.176
3. (a) 2.122 (b) 5.804
4. रु. 16.75
5. (a) 12.8 cm (b) 54.8 cm
6. (क) रु. 25.50 (ख) रु. 24.50
7. 24.25 km
8. 0.75 cm

अभ्यास 12.7

1. (a) 12, 120, 1200 (b) 105, 1050, 10500 (c) 1.2, 12, 120
   (d) 0.25, 2.5, 25 (e) 3.45, 34.5, 345 (f) 1, 10, 100
2. (a) 123.4, 12.34, 1.234 (b) 36.05, 3.605, 0.3605
   (c) 5.82, 0.582, 0.0582 (d) 4.85, 0.485, 0.0485
   (e) 0.005, 0.0005, 0.00005 (f) 0.15, 0.015, 0.0015
3. शिक्षकलाई देखाऊ ।
4. (a) 1.5 कि.मि. (b) 0.15 कि.मि (c) 0.0015 कि.मि.
5. 0.022 कि.मि.
6. 0.675 कि.ग्रा.

अभ्यास 12.8

1. (a) 13.8 (b) 4.8 (c) 13.5 (d) 0.84 (e) 9.9 (f) 23.35 (g) 8.896 (h) 5.828
2. (a) 0.8 (b) 0.11 (c) 2.4 (d) 0.39 (e) 0.81 (f) 0.309
3. (a) 0.3 (b) 0.154 (c) 2.76 (d) 4.2 (e) 1.155 (f) 9.6
4. 5.1 मि. 5. 2.3 मि., 5.29 व.मी.

अभ्यास 12.9

1. (a) 2.6 (b) 3.6 (c) 15.5 (d) 27.6
2. (a) 3.63 (b) 12.59 (c) 17.42 (d) 13.03
3. (a) 5.325 (b) 6.543 (c) 6.415 (d) 17.343
4. (a) 0.333 (b) 0.667 (c) 0.167 (d) 2.522
5. (a) 6 से.मि. (b) 13 से.मि. (c) 17 से.मि. (d) 56 से.मि.
6. (a) रु. 5 (b) रु. 13 (c) रु. 26 (d) रु. 24
7. (a) 46 कि.मि. (b) 148 कि.मि. (c) 15 कि.ग्रा. (d) 17 कि.ग्रा.

अभ्यास 13.1

1. (a) $\frac{20}{100}$ (b) $\frac{75}{100}$ (c) $\frac{84}{100}$ (d) $\frac{68}{100}$ (e) $\frac{100}{100}$
2. (a) $\frac{3}{25}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{21}{50}$ (d) $\frac{17}{20}$ (e) $\frac{4}{25}$
   (f) $\frac{9}{20}$ (g) $\frac{13}{20}$ (h) $\frac{9}{10}$ (i) $\frac{1}{5}$ (j) $\frac{7}{20}$
3. (a) 40% (b) 5% (c) 48% (d) 135% (e) 74%
   (f) 10% (g) 80% (h) 25%
4. (a) 20 (b) 2.5 (c) 60 (d) 20 (e) 12
5. (a) $\frac{4}{25}$ (b) 16%
6. 70%
7. (a) 70% (b) 30%
8. 50% 9. 60% 10. 68%

अभ्यास 13.2

1. (a) 4:7 (b) 23:12 (c) 1:3 (d) 1:5 (e) 7:8 (f) 1:2 (g) 20:33
   (h) 1:4 (i) 3:20 (j) 1:25 (k) 1:4 (l) 1:10
2. 2:1
3. (a) 4:3 (b) 3:4

4. (a) 2:3 (b) 2:3 (c) 4:9

5. (a) $\frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{24}{36} = \frac{40}{60}$

6. (a) 16920 (b) 94:105 (c) 105:199 (d) 94:199

7. चौडाइ 12m

8. (a) कोठाको चौडाइ $= \frac{14}{3}$m (b) दुवैको परिमितिको अनुपात 2:1

9. 10. 10.12 11. 20 12. (i) 4 (ii) 8 (iii) 3.3 (iv) 143

अभ्यास 14.1

1. (क) रु. 25 (ख) रु. 406 (ग) रु. 22 (घ) रु. 127

2. (क) नोक्सान, रु. 45 (ख) नाफा, रु. 206 (ग) नोक्सान, रु. 760
   (घ) नाफा, रु. 185

3. फाइदा, रु. 2

4. रु. 250

5. रु. 40

6. नोक्सान, रु. 50 7. नाफा रु. 39.60 8. नाफा रु. 60

अभ्यास 14.2

(1) (क) रु. 40 (ख) रु. 73 (ग) रु. 750 (घ) रु. 375

(2) रु. 1030 (3) रु. 185 (4) रु. 5150 (5) रु. .50 6. रु. 720 7. रु. 1405

अभ्यास 15.1

1. (क) रु. 375 (ख) रु. 1001 (ग) रु. 22750 (घ) रु. 14278.50

2. (क) रु. 20 (ख) रु. 18 (ग) रु. 31 (घ) रु. 25

3. रु. 24 4. रु. 140 5. रु. 144 6. रु. 2450

7. रु. 30 8. रु. 5 9. रु. 1125 10. रु. 1.25

11. रु. 8

अभ्यास 15.2

1.

	2 ओटाको मूल्य	एकाइ मूल्य	6 ओटाको मूल्य	10 ओटाको मूल्य
(क)	रु. 8	रु. 4	रु. 24	रु. 40
(ख)	रु. 10	रु. 5	रु. 30	रु. 50
(ग)	रु. 20	रु. 10	रु. 60	रु. 100

2. रु. 240 3. रु. 180 4. रु. 120 5. 5 मिटर

6. रु. 405 7. रु. 1350 8. रु. 3200 9. रु. 2400

10. रु. 18375 11. रु. 46000 12. 1000 मिटर

अभ्यास 16

1. रु. 75 2. रु. 60 3. रु. 160 4. रु. 450 5. रु. 40 6. रु. 73.50

7. रु. 50 8. रु. 72 9. रु. 400 10. रु. $333\frac{1}{3}$ 11. रु. 1260 12. रु. $\frac{PTR}{100}$

अभ्यास 17.1

1. शिक्षकलाई देखाऊ । 2. शिक्षकलाई देखाऊ ।

3. (i) शिक्षकलाई देखाऊ । (ii) सिसा (iii) उनका टुक्रा

4. (i) 13 (ii) 12 (iii) 1 (iv) 500 *ml*

अभ्यास 17.2

1. शिक्षकलाई देखाऊ 2. शिक्षकलाई देखाऊ 3. शिक्षकलाई देखाऊ

4. (i) सोम (ii) शनि (iii) बराबर (iv) मङ्गल

(v) 175 (vi) $22\frac{6}{7}$ (vii) 50

5. (i) बढी-कार, कम- बस (ii) मोटरसाइकल र भ्यान, ट्रक र साइकल

(iii) 80 (iv) 15 (v) 4 (vi) 6

6. (ii) मध्यपश्चिमाञ्चल (iii) सुदूर पश्चिमाञ्चल

7. शिक्षकलाई देखाऊ

अभ्यास 18.1

1. (i) चल (ii) अचल (iii) अचल (iv) अचल (v) चल (vi) अचल

2. (i) 5, 6, 7, 8 (ii) 4 (iii) 22, 24, 26, 28 (iv) 4

3. (i) चल (ii) अचल (iii) चल (iv) अचल

4. (i) दुवै अचल (ii) y (iii) 1 (iv) 19

5. (i) अचल (ii) अचल

अभ्यास 18.2

1. (i) x+2 (ii) y-2 (iii) ab (iv) $\frac{3}{z}$ (v) x+3

   (vi) p - 4 (vii) qr (viii) $\frac{5}{t}$

2. (i) 5 - x (ii) 5 + y (iii) x - 15 (iv) 4y + 5 (v) $\frac{3z}{y}$

   (vi) 2x (vii) x - y (viii) 6y + z (ix) $\frac{m}{n}+p$

3. (i) → (f) (ii) → (g) (iii) → (e)

   (iv) → (c) (v) → (a) (vi) → (b)

4. रु. (8x + 12 y)

5. शिक्षकलाई देखाऊ ।

अभ्यास 18.3

1. 8 2. 11 3. 12 4. 13 5. 25, 1 6. 12

7. 61 8. 12 9. 10 10. 154 11. 216

12. (a) 1 (b) 5 (c) 3 (d) 3 (e) 16 (f) 3

    (g) 35 (h) 48 (i) 150 (j) 4 (k) 3 (l) 4

13. (a) 6cm (b) 16cm (c) 12cm (d) 13 cm. (e) 10 cm. (f) 17 cm.

14. (a) (3p +q) m र 13 m

    (b) (3p + 3q) m र 21 m

    (c) (p + 2q) m र 11 m

अभ्यास 18.4

1. (a) सजातीय (b) सजातीय (c) विजातीय (d) विजातीय (e) सजातीय (e) सजातीय

2. (a) 3m + 7n (b) $8x^2y + 13xy^2$ (c) 10xy + 4yz

   (d) 10a + 10b + 12c (e) 5ab + 4bc + 5ca (f) $10x^2 + 9x + 9$

3. (a) -2a (b) 6a – 3b – 4c (c) $-y^2$

(d) $-x^2-3xyz-9y^2$ (e) $-2a^2b + 12c^3$ (f) $a^3 - 7b^4 + 4c^2$

4. (a) $2x - 3y$ (b) $18a - 17b$ (c) $- x - 7y$ (d) $2y^2 - 4xy$
   (e) $3a^2 - 7ab + 7b^2$ (f) $-6b + 8c$ (g) $- 4a - 2b$

5. (a) 3xm (b) $\frac{7x}{2}$ m (c) xm (d) 6xm

6. (a) 9 m (b) 10.5 m (c) 3m (d) 18 m

अभ्यास 18.5

1. (a) ab (b) 2ac (c) 3ay (d) y (e) 0
2. (a) 6a (b) 12b (c) $35c^2$ (d) 72d (e) 5ab (f) 3bc (g) 6c (h) 6pq
   (i) 8rs (j) $30a^2$ (k) 3bcd (l) 24bcd (m) 75 abc (n) 36ac (o) 3yz (p) 6yz
   (q) xyz (r) 3abc
3. (a) ab व.से.मि. (b) pq व.से.मि. (c) 8yz व.से.मि. (d) 6xy व.मि.
   (e) $\frac{1}{6}$rs व.से.मि. (f) $\frac{y}{6}$ व.से.मि.
4. (a) xyz घ.से.मि. (b) $6ab^2$ घ.मि.

अभ्यास 18.6

1. (a) $a^2 + ab$ (b) $2ab + b^2$ (c) $2xy + 6y^2$
   (d) $12ab + 21 b^2$ (e) $16xy + 20 y^2$ (f) $80a^2 + 56ab$
2. (a) $ax + bx$ (b) $4ab + 6b^2$ (c) $4x^2 + 20xy$ (d) $12x^2 + 6xy$
3. (a) $14a^2 + 2ab$ (b) $20a^2 + 30ab$ (c) $80x^2 + 240 xy$ (d) $63a^2 + 140a$

अभ्यास 18.7

1. (a) $2a^3$ (b) $5a^2$ (c) $4x^2z^2$ (d) $2xy^3z^2$ (e) $9x^5z$
2. (a) $3m^2n^3$ (b) $8p^2q^5$ (c) $10a^6b^6$ (d) $14x^9yz^4$
3. (a) a-2b (b) 3b + 2a (c) $x(2-5x^2y^2)$ (d) $xy^2z^2 (x^4+3x^2y^4)$
   (e) $m^2n^3(3m^2n^2p^3 - 4)$ (f) $pq^2r(5r+7p^4q)$
4. (a) a + 4 (b) $4xy^2 + 5x^3y^4$
   (c) $7m^3n^4p^8 - 9m^6np^2$ (d) $5a^4b^5c^5 - 7a^2b^2$

अभ्यास 19.1

1. साँचो 2. साँचो 3. साँचो 4. झुटो
5. झुटो 6. झुटो 7. झुटो 8. साँचो

9. साँचो 10. झुटो 11. झुटो 12. साँचो

अभ्यास 19.2

1. (a) खुला (b) साँचो (c) साँचो (d) खुला (e) खुला
   (f) भुटो (g) खुला (h) झुटो (i) खुला (j) खुला
2. (a) 4 (b) 5 (c) 8 (d) 49
   (e) 8 (f) 3 (g) 10 (h) 25 (i) 0 (j) 15 (k) 12 (l) 16
3. (a) 29 (b) 1, 3, 5, 15 (c) 11, 13, 17, 19 (d) 30 (e) 0

अभ्यास 19.3

1. (a) 8 (b) 7 (c) 4 (d) 3 (e) 4 (f) 5 (g) 20 (h) 21
2. (a) 8 (b) 3 (c) 14 (d) 13 (e) 9 (f) 10 (g) 5 (h) 6 (i) 7

अभ्यास 19.4

1. (a) 9 (b) 5 (c) 21 (d) 5 (e) 12 (f) 21
   (g) 21 (h) 2 (i) 3 (j) 12 (k) 1 (l)72 (m)1
   (n) 5 (o) 6 (p) 10 (q) 25 (r) I

2 (a) $x = 8$ (b) $y = 0$ (c) $z = 15$ (d) $n = 9$
   (e) $p = 2$ (f) $x = 24$ (g) $x = 12$ (h) $x = 3$

3. (a) 24 ओटा (b) 50 जना (c) 10 ओटा (d) 125 जना
   (e) 6 मि. (f) 25 ओटा (g) 15

अभ्यास 19.5

1. (a) < (b) > (c) > (d) = (e) =
   (f) < (g) > (h) < (i) <
2. (a) T (b) F (c) F (d) T (e) F
   (f) T (g) F (h) T (i) F
3. (a) 3 बिजोर सङ्ख्या होइन । (b) नेपालको राजधानी पोखरा होइन ।
   (c) 281 रूढ सङ्ख्या होइन । (d) 120 लाई 5 ले नि:शेष भाग लाग्दैन ।
   (e) पृथ्वी एउटा तारा होइन । (f) 16, 4 को वर्ग होइन
   (g) $(a + b) < c$
   (h) (i) $a + c < b + c$ (ii) $a - c < b - c$ (iii) $ac > bc$ (iv) $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

4 र 5 शिक्षकलाई देखाऊ ।